2 項分布とカイ 2 乗分布, ポアソン分布 — Mathematica によるプロット命令

2009 年 11 月 3 日

1　2 項分布

これは 2 項分布で $Binom(n,p) = \left(8, \frac{3}{10}\right), \left(8, \frac{5}{10}\right), \left(8, \frac{8}{10}\right)$ の 3 通りを書いています。

2 項分布の密度関数

$$p(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ k = 0, 1, 2, \cdots, n$$

回数は n は同じ値ですが、p の 3 通りの値によって、得られる値が小さい場合が多い ($p = \frac{3}{10}$), 対称の場合 ($p = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$), 大きい場合が多い ($p = \frac{8}{10}$) となっています。

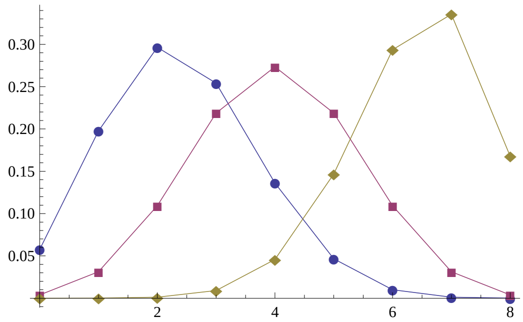

図 1: 2 項分布

上の 3 つのグラフを Mathematica で描くコマンド；

```
ListPlot[Table[{k,
   PDF[BinomialDistribution[8, p], k]},
   {p, {0.3, 0.5, 0.8}}, {k, 0, 8}],
   PlotMarkers -> Automatic, Joined -> True,
   PlotRange -> All]
```

2　カイ 2 乗分布

これはカイ 2 乗分布のパラメータ ν を 3 通りの値 $\nu = 10, 7, 5$ で描いています。この分布を $X \sim \chi(10), \chi(7), \chi(5)$ と表し、確率密度関数 (pdf) f_X はつぎのような形で与えられます。

$$f_X(x) = (\mathrm{const})x^{\nu/2-1}\exp(-x/2),\ x > 0$$

$(const)$ とあるのは、確率密度関数となるよう積分値が 1 となるための定数です。ガンマ関数をもちいて表現できます。このような定数を省略するためにつぎの記号 $\propto$ を用います。等号でないのですこし戸惑いがあるかも知れません。

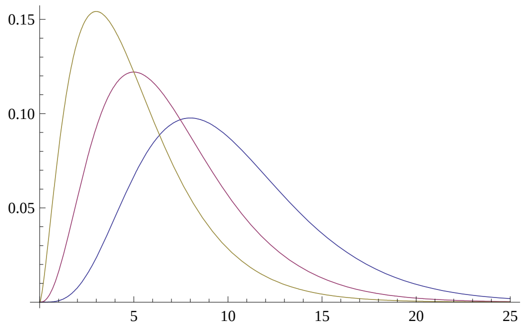

図 2: カイ乗分布

$$f_X(x) \ \propto \ x^{\nu/2-1}\exp(-x/2),\ x > 0$$

このグラフを Mathematica で描くコマンドは以下のようになります。

```
Plot[{PDF[ChiSquareDistribution[10], x],
  PDF[ChiSquareDistribution[7], x],
  PDF[ChiSquareDistribution[5], x]},
  {x, 0, 25}]
```

3　ポアソン分布

ポアソン分布のパラメータ、$\lambda = 5, 7, 9, 11, 13$ を変域が $k = 0, 1, 2, \cdots, 20$ までを書いています。$\lambda = 11, 13$ にもなると、だんだん正規分布に近くなることが分かります。ポアソン分布は正規分布に早く収束します。

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\ k = 0, 1, 2, \cdots$$

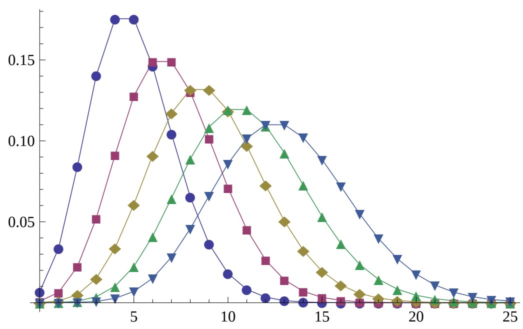

図 3: ポアソン分布

ポアソン分布は稀な現象を記述するとき用いられますが、非常に性質としては不思議なものを備えています。確率過程では指数分布に時間間隔で生起する個数を数え上げることができます。これはポアソン過程とよばれます。元来、2 項分布での個数 (回数) n を大きくし、確率 p を小さくしていくとき、すなわち p が小さいので起こり難い現象（稀な現象）を記述することができます。

```
ListPlot[Table[
  {k, PDF[PoissonDistribution[l], k]},
  {l, 5, 13, 2}, {k, 0, 25}],
  PlotMarkers -> Automatic, Joined -> True,
  PlotRange -> All]
```