

問題 0.

- (a) 確率変数 X が密度関数 $f(x)=1/10$ ($0<x<10$)を持っているとき, X の分布関数を求めよ。
 (b) 確率変数 X が密度関数 $f(x)=1$ ($0<x<1$)を持っているとき $Y=10X^{1/2}$ の分布関数と密度関数を求めよ。
 (c) 確率変数 X が密度関数 $f(x)=1$ ($0<x<1$)を持っているとき $Y=10X^2$ の分布関数と密度関数を求めよ。
 (d) 確率変数 X が密度関数 $f(x)=cx$ ($0<x<10$)を持っているとき,定数 c の値と X の期待値と分散を求めよ
 (d)のヒント: 密度関数 $f(x)$ を0から10まで積分し,その定積分が1になるように定数 c の値を決めればよい。

解答

- (a) $F(x) = \int_0^x (1/10)dx = (x/10)$ ($0<x<10$), $=1$ ($x>10$), $=0$ ($x<0$)
 (b) $F_Y(y) = \Pr(Y<y) = \Pr(10X^{1/2}<y) = \Pr(X<y^2/100) = y^2/100$, $f_Y(y) = y/50$
 (c) $F_Y(y) = \Pr(Y<y) = \Pr(10X^2<y) = \Pr(X<y^{1/2}/10^{1/2}) = y^{1/2}/10^{1/2}$, $f_Y(y) = (1/2)y^{(-1/2)}/10^{1/2}$
 (d) $1 = \int_0^{10} cx dx = c[(1/2)x^2]_0^{10} = c \cdot 50$ より $c=1/50$.
 $E[X] = \int_0^{10} x \cdot cx dx = (1/50) \int_0^{10} x^2 dx = (1/50) [x^3/3]_0^{10} = (1000/150) = 200/3$