

< 統計学 C (水) 2008 年前期 >

2008 年 7 月 23 日 中神 潤一

1 箱の中に 1、2、3、4、5 の番号のついた球が 5 個入っている。この中から 2 個の球を取り出すとき、次の問に答えよ。

(a) 復元抽出、非復元抽出、同時抽出の 3 つの抽出法において、それぞれの場合の標本空間を求め、各要素の確率を定めよ。

(b) 非復元抽出の場合において、確率変数を $X =$ 得られた 2 つの球の番号の差の絶対値とする時、 X の確率分布を求めよ。また、 X の平均と分散を求めよ。

2 次の命題を証明するか、あるいは成立しないことを反例をあげて証明しなさい。
ただし、事象 A, B, C の確率は 0 でないと仮定する。

(a) $P[A|B] > P[A]$ ならば、 $P[B|A] > P[B]$

(b) $P[A] > P[B]$ ならば、 $P[A|C] > P[B|C]$

(c) A と B が独立ならば、 $P[\bar{A} \cap \bar{B}] = P[\bar{A}] \cdot P[\bar{B}]$

(d) A と B が独立ならば、 $P[A \cap B|C] = P[A|C] \cdot P[B|C]$

3 (a) ベイズの定理を書き、事象の関係をベン図に図示しなさい。

(b) サイコロ A は 4 つの赤い面と 2 つの青い面をもつ。サイコロ B は 2 つの赤い面と 4 つの青い面をもつ。次のようなゲームを行なう。まず、コインを 1 枚投げ、表が出ればサイコロ A を繰り返し投げ続け、裏が出れば B を投げ続ける。このとき、最初の n 回の投げで常に赤い面が出た場合、サイコロ A が使用されている確率を求めよ。

4 非負の値をとる確率変数 X の密度関数を $f(x)$ 、分布関数を $F(x)$ とする。
このとき次を証明しなさい。ただし X の平均 $E[X]$ は存在すると仮定する。

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(1 - F(x)) = 0$ (b) $\int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} (1 - F(x)) dx$

5 (a) $Z \sim N(0, 1)$ のとき、 Z の確率分布を書きなさい。また Z のモーメント母関数 $M_Z(t) = E[\exp(tZ)]$ を定義より求めよ。

(b) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ のとき、変数変換 $X = \sigma Z + \mu$ を用いて、 X のモーメント母関数 $M_X(t)$ を求めよ。

$$\text{答えは : } M_X(t) = \exp\left[\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\right]$$

0 統計学 C 1 の授業の感想・意見及び連絡。

時間のあまった方と点数が不安の方は授業の感想・意見等を書いて下さい。

普遍教育のアンケートも忘れずに書いてください。

自筆要約を答案と一緒に提出すると成績に加点します。

提出のとき、答案の下に自筆要約を入れ、ホッチキスで綴じて下さい。

答案と自筆要約は後期の統計 C2 の時間に返却します。