

「母集団と標本」演習問題

正規分布， t -分布，カイ 2 乗分布それぞれのパーセント点の値 z_α , $t_\alpha(n)$, $\chi_\alpha^2(n)$ については統計学のテキスト（たとえば「統計学演習」村上正康他著，倍風館，付表 203，205，206 ページを参照。

問 1 . 平均 $\mu = 20$, 分散 $\sigma^2 = 64$ をもつ正規母集団から，大きさ $n = 9$ の標本平均 \bar{X} を得たとき， $\bar{X} \leq 18$ となる確率はいくつ？また $n = 25$ のときにはいくつ？

問 2 . X_1 と X_2 は独立で，それぞれ平均が 5 と 1，分散が 2 と 1 の正規分布にしたがうという，このとき，つぎを求めよ。

- (1) 期待値 $E[2X_1 + X_2]$
- (2) 分散 $V[2X_1 + X_2]$
- (3) 期待値 $E[2X_1 - X_2]$
- (4) 分散 $V[2X_1 - X_2]$
- (5) 確率 $P(2X_1 - X_2 > 8.5)$

問 3 . 平均 μ , 分散 σ^2 の正規母集団から大きさ 4 の標本平均 \bar{X} を得た。このとき，つぎの確率 $P(|\bar{X} - \mu| < \sigma)$ の値を求めよ。

問 4 . 確率変数 X が平均 0, 分散 1 の標準正規分布にしたがうとき，この 2 乗の分布 X^2 を計算しなさい。また 2 個の独立な標準正規分布の 2 乗和 $X^2 + Y^2$ を計算しなさい。

問 5 . 正規分布にしたがう独立な確率変数 X, Y が $X \sim N(5, 9)$, $Y \sim N(7, 16)$ であるとき， $P(|X - Y| < 3)$ を求めよ。