

## 「母集団と標本」演習問題

正規分布， $t$ -分布，カイ $^2$ 乗分布それぞれのパーセント点の値  $z_\alpha$ ,  $t_\alpha(n)$ ,  $\chi_\alpha^2(n)$  については統計学のテキスト（たとえば「統計学演習」村上正康他著，倍風館，付表 203，205，206 ページを参照）。

問 1 . 平均  $\mu = 20$ , 分散  $\sigma^2 = 64$  をもつ正規母集団から，大きさ  $n = 9$  の標本平均  $\bar{X}$  を得たとき， $\bar{X} \leq 18$  となる確率はいくつ？また  $n = 25$  のときにはいくつ？

問 2 .  $X_1$  と  $X_2$  は独立で，それぞれ平均が 5 と 1，分散が 2 と 1 の正規分布にしたがうという，このとき，つぎを求めよ。

- (1) 期待値  $E[2X_1 + X_2]$
- (2) 分散  $V[2X_1 + X_2]$
- (3) 期待値  $E[2X_1 - X_2]$
- (4) 分散  $V[2X_1 - X_2]$
- (5) 確率  $P(2X_1 - X_2 > 8.5)$

問 3 . 平均  $\mu$ , 分散  $\sigma^2$  の正規母集団から大きさ 4 の標本平均  $\bar{X}$  を得た。このとき，つぎの確率  $P(|\bar{X} - \mu| < \sigma)$  の値を求めよ。

問 4 . 確率変数  $X$  が平均 0, 分散 1 の標準正規分布にしたがうとき，この 2 乗の分布  $X^2$  を計算しなさい。また 2 個の独立な標準正規分布の 2 乗和  $X^2 + Y^2$  を計算しなさい。

問 5 . 正規分布にしたがう独立な確率変数  $X, Y$  が  $X \sim N(5, 9)$ ,  $Y \sim N(7, 16)$  であるとき， $P(|X - Y| < 3)$  を求めよ。