

推定と検定（推測理論）

母集団分布は適当な確率分布で表されますが、分布のパターンは分かっている場合でも、そのパラメータ（たとえば、2項分布ならば、事象の起こる確率、正規分布ならば、その平均や分散）が分からないという場合がよくあります。母集団パラメータのことをとくに推測理論では母数ということが多いです。

- (1) このように分布のパターン、すなわち、母集団分布が2項分布とか正規分布にしたがうことを仮定するが、その分布を定めるパラメータが未知であることを前提にした議論、これを分布の母数に関する推測理論といいます。
- (2) 一方、母集団の分布を前提にしない場合を、母数によらない推測理論といいます。たとえば、事象の起こる／起こらないことが、独立であるかどうかを調べる（独立性）問題、標本をまとめた度数分布表が予めの確率分布に当てはまっているかどうかの（適合度）問題、などがあります。

確率分布を特定に限定した場合 …… 母数による推定・検定
とくに分布を限らない場合 …… ノンパラメトリック推定・検定

母数の推測理論には、標本データから母数の値を推定する問題と、母数に関する仮説を検定する問題があります。

推測理論 $\left\{ \begin{array}{l} \text{未知母数の推定} \\ \text{仮説の検定} \end{array} \right.$

推定では、データをもちいて作った、標本から得られる値、統計量（これを母数の推定統計量という）が未知の母数とどのような関係があるかを調べます。

たとえば、データからつくった標本平均と母集団分布の平均パラメータ（母平均という）とはどう関係があるか。また2項分布にしたがう母集団（2項母集団）では、標本比率（個数全体を分母にして、事象の起こった回数を割ったもの、すなわち標本平均）と2項分布の平均とは、どういう関係式があるか。平均だけでなく、標本データからつくった標本分散などは、母分散（確率分布の分散をいう）とは、どうなるかを議論します。一般に母数を推定するための統計量を推定量といい、推定量の性質、変動の範囲を調べます。

検定では、未知母数に関して立てた命題が、実際に得られた標本データの値（検定統計量）と比較して、命題が正しいかどうかを判断を下します。「正しい、真である」という意味は、いままでの経験から、想定をしていた命題の確率分布に従って確率変動していることで、「正しくない、偽である」とは、本質的に異なった別の確率分布にしたがって確率変動していることをいいます。

標本データは確率変数で、変動をしますから、確率分布が想定して考えていたものと違っていてもすぐには、判断つかないからです。正しいかどうかの判断は、立てた命題のもとで、ほとんど起こり得ないことが実際に起これば、これは何か変だなと考えるわけです。仮説の真偽、仮説命題が正しいかどうかを、標本データの確率変動から判断することを仮説検定といいます。

推定には、点推定と区間推定があります。母数の値を一つの統計量で推定することが点推定で、この推定統計量がどのような性質をもっているか、を調べます。区間推定は、母数があり得そうな範囲（区間）を定めます。未知母数が含まれる区間の両端を統計量から定め、この区間に母数が含まれる確率（信頼係数）を定めます。

検定には、判断の誤りを少なくするよう、検定統計量の選び方と仮説を採択／棄却する領域（棄却域）をどのように決めるか、議論します。判断に伴う誤りにはお種類があるので、一方を一定値以下として、他方をなるべく少なくするよう、条件付最小問題問題を解くこととなります。