

注意: 参考書, 配布資料の参照, 電卓の使用はよいとします。解答には結果だけではなく, 結果にいたる過程などできるだけ詳しく記すこと。もし枠内に書き切れない場合には裏面をつけてよい。

1 事象 A, B に対する確率が、 $P(A) = a, P(B) = b, P(A \cap B) = c$ で与えられている。つぎの事象の確率を $0 < a, b, c < 1$ によって表せ。

- (a) $A \cup B$ (b) \bar{A} (c) $\bar{A} \cup B$ (d) $\overline{A \cap B}$ (e) $\overline{A \cup B}$

2 確率変数 X の平均は 2, 分散が 5 で与えられているとき、つぎの確率変数の平均と分散を求めよ。

- (a) $X - 1$ (b) $2X + 1$ (c) $\frac{1}{3}(2 - X)$

3 平均 μ , 分散 σ^2 の母集団から大きさ n の無作為標本を抽出するとき、標本平均 \bar{X} は n が大きいとき、近似的に正規分布に従うとみなすことができる。

- (1) 近似できる正規分布はどのようなものか
- (2) $\mu = 50, \sigma^2 = 400$ から大きさ $n = 100$ の無作為標本を抽出するとき、その標本平均 \bar{X} が 54 より大きい値をとる確率を求めよ。
- (3) さらに大きさ $n = 400$ の無作為標本を抽出するとき、標本平均 \bar{X} が 48 より小さい値をとる確率を求めよ。

- 4 離散型確率変数 X と Y のとり得る値と確率がつぎの表で与えられている。

X の値 \ Y の値	0	10	20
10	0.20	0.10	0.10
20	0.15	0.02	0.08
30	0.05	0.10	0.20

- (1) $X + Y$ のとり得る値と確率を求めよ。
 (2) $P(X + Y \leq 20)$ を求めよ。
 (3) $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$ となるか？

- 5 カイ 2 乗分布、 t 分布、 F 分布はいずれも正規母集団からの標本抽出に関連して導かれた分布である。正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から標本の大きさ n の標本データ X_1, X_2, \dots, X_n から作られたつぎの統計量はどのような分布に従うか。その分布の名称やパラメータなどを正しく述べよ。導く必要はない。

$$(1) \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i X_i \quad (2) \sum_i \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (3) \sum_i \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 \quad (4) \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{u^2/n}} \text{ ただし } u^2 = \frac{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

- 6 確率変数 X が $N(0, \sigma^2)$ にしたがうとき、その絶対値をとった確率変数 $|X|$ に対する平均と分散を求めよ。