２項分布に関連した問題

$\boxed{1}$　確率変数 X が ２項分布 $B(n,p)$ にしたがうとき、モーメント母関数 $M_X(t)=Ee^{tX}$ をもちいて、平均と分散を計算せよ。、

$\boxed{2}$　超幾何分布 $Hyp(N,K,n)$, すなわち密度関数が $f_X(x)=\binom{N}{n}^{-1}\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}$, $x=0,1,2,3,\cdots,n$ に対して、平均 μ をもとめよ。また分散 σ^2 を $E[X(X-1)]+EX-(EX)^2$ から計算せよ。

$\boxed{3}$　負の２項分布は、幾何分布の和で表せる。つぎの関係を示して、帰納的に証明せよ。$X\sim Geom(p)$, $Y\sim NeBinom(r,p)$ に対し、独立であれば $X+Y\sim NeBinom(r+1,p)$ となる。

$\boxed{4}$　指数分布はメモリーレスの性質をもつ。すなわち任意の $a,b>0$ に対し、$P(X>a+b|X>a)=P(X>a)$ となる。この関係の意味を考えよ。さらに離散型確率変数である幾何分布においても、同じ性質が成り立つ。これを示せ。

$\boxed{5}$　２項分布 $Binom(n,p)$ において、$n\to\infty, p\to 0$ で $np\to\lambda$（一定）となるならば、極限はポアソン分布になることを示せ。

$\boxed{6}$　ある確率変数の対数（自然対数）をとるとき、その分布が正規分布にしたがうとき、この確率変数は対数正規分布とよばれる。この密度関数を求めよ。すなわち 確率変数 X から変換 $Y=lnX$ とするとき、$Y\sim N(\mu,\sigma^2)$. ここで $lnX=log_eX$ は底を e とする自然対数。さらに平均と分散をもとめよ。