

確率・統計の事前知識に関する調査

——昭和59年から5年間の千葉大学教養課程学生にたいして

統計学教室 村上正康
安田正実
(1988年9月30日 受理)

Masayasu MURAKAMI
Masami YASUDA
Statistics Institute,
College of Arts and Sciences

Examination in a prior basic Knowledge of probability and statistics

Abstract.

For students of General Education in Chiba University, we have been making an examination of a prior basic knowledge of probability and statistics. With 5 years' stocktaking, we report how do they learn the subject at the high-school, and what effects change of curriculum have had on statistical education at the college.

1. まえがき

文部省学習指導要領の改訂が発表されたことに伴い、高等学校の確率・統計の教育は昭和57年度以降、数学のなかの選択科目「確率・統計」(3単位)として実施されるようになった。これ以前の旧指導要領では、確率は「数学I」(全員必修)に、統計は「数学III」に含まれていて、それぞれ高校1年と3年で学習されていた。この改訂により大学は、昭和60年度以降、この新指導要領のもとで教育を受けた新入生を迎えている。この間にも国立大学入学試験の方法が、A・Bグループ別に加え、分離・分割方式を併用するなど大きな変更も重なっている。このような事態の変化に、大学の統計教育、とくに、教養部での一般教育科目「統計学」の講義はどのように対処すべきか、はたして現状のままでは、

(1) これからの新入生が、確率・統計についてどの

程度の知識をもって入学してくるか

(2) 今回の指導要領改訂によって、高校の統計教育はどのように変わったか
などについて基礎資料を得て、検討することが今後な
んらかの意義を有するものと考えられる。そこで、昭和59
年から昭和63年までの5年間、同一の調査票を使い、
継続的に調査を実施してきた。調査は千葉大学の教養
課程における「統計学」の履修者を対象にして、毎年、
新学期の始まる4月の講義ガイダンスの際、マーク
カードによる無記名の自己記入方式で行った。調査表
は資料として末尾に挙げる。以下に調査結果の概要を
報告する。

2. 調査結果について

千葉大学では統計学は、一般教育科目として社会系
列に属し、他の科目と同様、選択科目である。講義は、
理系と文系などの区別やクラス編成はせず、自由に履
修できる。この調査の対象となっている学生は、統計

村上・安田：確率・統計の事前知識に関する調査

学の履修者で、1年次および2年次学生が含まれている。必ずしも新入生だけでなく、大学で初めて統計学を学ぶ者達である。

まず最初の質問項目は学生の所属学部と出身高校の所在地とした。そのうち、学部については59年から年次別に集計した5年間の結果を表1に挙げる。この表の各数字は統計学の履修学生数である。また括弧内の

の%はこの履修学生数をその学部の学生定員数で割って求めた数字で、学年が重複したり、再履修が含まれるが、いわば各学部学生の統計学にたいする履修率ともいうべきものである。とくに看護学部の履修率が100%を超えているのは、各種の資格をとる必要から統計学を必修指定していることと、毎年再履修者が含まれていることによる。

表1 年度別学部別履修学生数(履修率)

学部	59	60	61	62	63	5年平均
文	37 (26.4%)	50 (35.7%)	29 (17.1%)	33 (18.3%)	20 (11.1%)	(20.9%)
教育	239 (41.2)	249 (42.9)	191 (32.9)	215 (37.1)	212 (36.6)	(38.1)
法経	107 (29.7)	127 (35.3)	136 (31.6)	205 (46.6)	165 (37.5)	(36.5)
理	77 (48.1)	75 (46.9)	57 (35.6)	102 (55.1)	77 (41.6)	(45.6)
医	31 (25.8)	67 (55.8)	79 (65.8)	56 (56.0)	72 (72.0)	(54.5)
薬	44 (55.0)	52 (65.0)	30 (37.5)	36 (45.0)	33 (41.3)	(48.8)
看護	95 (118.8)	90 (112.5)	70 (87.5)	89 (111.3)	84 (105.3)	(105.7)
工	149 (22.2)	301 (44.9)	280 (41.8)	429 (56.2)	305 (39.9)	(41.4)
園芸	48 (24.0)	100 (50.0)	80 (36.4)	152 (67.6)	109 (47.4)	(45.5)
計	827	1111	952	1315	1077	

この表1から、統計学履修学生数の学部別分布は、5年間で通してとくに大きな変化は見られない。その中で履修率の変動が比較的大きい学部は、医、園芸、工、教育学部で、その他は変動が小さい。表の最後の列の数字は5年平均履修率を示す。選択科目であるから、履修学生数は年によって当然変動がある。その要因は、さまざまあり、はっきりした判断はつけにくい。後の質問での回答と合せて考えてみる。ここでは結果だけを記しておく。

つぎは高校で受けた数学の履修コースについて質問した。旧課程では数学Iは必修であり、その中に含まれていた確率は、全ての生徒が学習していた。新課程でも、数学Iは必修であるが、確率はこの中に含まれていない。新課程では、従前、数学Iに含まれていた確率と数学IIIのなかの統計とが、「確率・統計」として1つの教科単位に統合された。その結果、60年以降の入学者の中には高校で「確率・統計」を全く学習していないなくとも大学へ入学してゆく可能性が生れてきた。千葉大学では、数学の入試科目が代数・幾何と基礎解析だけで、「確率・統計」を指定しない学部や学科がい

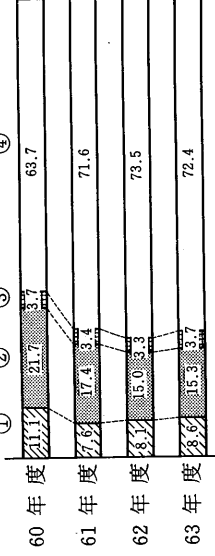


図1 新課程での「数学」履修コースの分布状況

表2 「数学」履修コースの分布状況

年 度	59	60	61	62	63
コース					
① 数I+代数幾何+基礎解析	45 (4.1%)	54 (5.7%)	99 (7.5%)	89 (8.3%)	
② 数I+代数幾何+確率統計	89 (8.0)	124 (13.0)	183 (3.1)	158 (14.7)	
③ 数I+代数幾何+基礎解析+微分積分	15 (1.4)	24 (2.5)	41 (3.1)	39 (3.6)	
④ 数I+代数幾何+基礎解析+微分積分+確率統計	261 (23.5)	510 (53.6)	895 (68.1)	750 (69.6)	
⑤ 旧数I+数IIB	218 (26.4)	149 (13.4)	28 (2.9)	11 (0.8)	6 (0.6)
⑥ 旧数I+数IIA	10 (1.2)	5 (0.5)	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (0.1)
⑦ 旧数I+数IIB+数III	590 (71.3)	533 (47.9)	207 (21.7)	75 (5.7)	26 (2.4)
⑧ その他	9 (1.1)	14 (1.3)	5 (0.5)	11 (0.8)	9 (0.8)
計	827 (100)	1111 (100)	952 (100)	1315 (100)	1078 (100)

このように新課程の教育を受けた入学学生だけに限れば、約9割弱のものが高校で「確率・統計」を学習している。しかし、あとの質問項目4の回答で分かるように、「確率・統計」はその全範囲が学習されているわけではなく、この数字は我々が最初予想していた懸念を覆すものであり、高校側が「確率・統計」を決して軽視していないことを表すものである。

つぎの質問4は、新課程の「確率・統計」の授業内容の範囲に関するものである。

図2より、高校で習った「確率・統計」の範囲は新課程の教育を受けた60年入学の新入生の方が、旧課程の教育を受けた59年入学の新入生よりも広いことを示

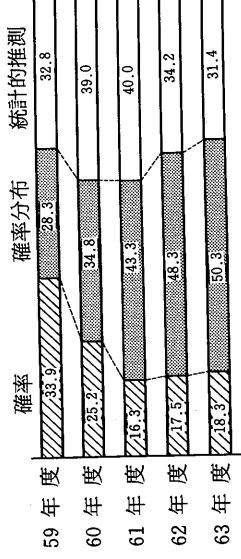


図2 「確率・統計」の習った範囲

している。この傾向は61年度以降さらに強くなっていることがうかがえる。上で述べたように、指導要領の改訂によって、高校での確率・統計の教育は、一層改善充実されたものとなった。しかし、生徒の立場では、逆に大きな負担となることも否めない。また「確率・統計」は独立したにもかかわらず、教科書全部の内容を学習するとは限らない。入試に関係なければやらないというのが実情であろう。なかには確率と確率分布までしか、授業で学習されたものが、61年に40%にまでなっているが、62年、63年には30%まで落ちこみ、59年と同じ水準にもどっていない。このような変化は、大学入試で統計的推測の分野がほとんど出題されないことや、この部分が数学になじまず、教えにくいなどの理由によるものと思われる。

確率はともかく、統計は数学になじまないといわれるが、高校での確率統計の授業について、大学に入学したばかりの新入生がどう感じたか、確率について、確率分布について、統計的推測についての感想を質問した。

これらの図3、4、5をみると、確率、確率分布、統計的推測のいずれも、年度間の各比率の変化はそれほど大きくない。どの年もほぼ同じような感想をもつ

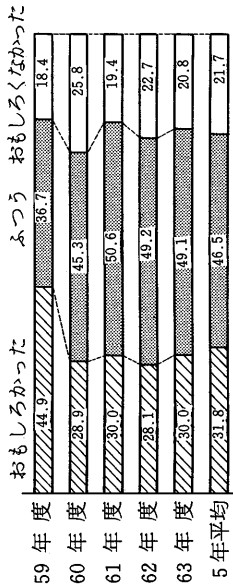


図3 確率についての感想

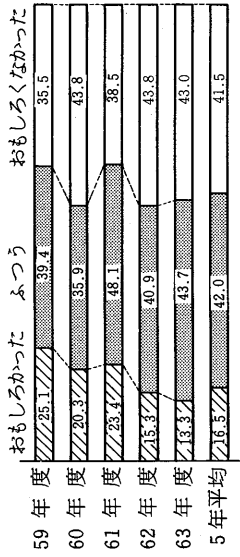


図5 統計的推測についての感想

ていることがわかる。5年平均をとって、これら3つのカテゴリーにたいする生徒の関心度を比較することとした。5年平均で見ると、「おもしろかった」と答えたものは、確率の感想が約2倍に達しており、一方「おもしろくない」と答えたものは、確率は他の半分弱に過ぎない。かなり積極的に確率は興味をもたれていることがわかる。意外であったのは、確率分布についての結果で、確率と確率分布の概念を、我々は、かなり関連したものととらえていたが、得られた数字が統計的推測のそれに近いことは注目される。

つきに、数学との関連をみる質問をした。

表3 統計額を履修する理由(複数回答)

項目	59年度	60年度	61年度	62年度	63年度	5年平均
① 興味をもってしているから	30.6%	37.5%	40.4%	43.4%	41.1%	39.2%
② 将来必要と思うから	44.6	56.9	52.5	51.4	50.8	51.6
③ 数学に自信があるから	7.4	9.9	13.3	14.5	12.4	11.8
④ 他の科目より単位がとり易いから	8.9	9.7	15.0	14.9	14.6	12.8
⑤ 学部のガイダスで指導されたから	32.5	28.2	23.8	21.7	21.3	25.0
⑥ 先輩、友人からの指示や他の情報から	26.1	29.0	29.5	27.6	31.0	28.7

てみたのがつぎの質問である。これはまえの質問1における学部別履修率の年次変化の理由に、多少は結びつくことがあるかもしれない。学生が一般教養の統計学をどのよう捉えているか、その一面を示すものといえよう。

新課程の60年度以後の各年度の応答率は、どの項目についても応答率の年次別変化はあまりない。また、どの年も6つの項目にたいする応答率はほぼ同じ分布パターンを示している。応答率が最も高い項目は、②「将来必要と思うから」で、回答者の半数以上が選択している。つぎに高いのは、①「興味をもってしているから」で、5年間の平均応答率が約4割に達している。

これに続く応答率は、⑥と⑤、つぎに④と③の順である。この数字をみる限り、調査をおこなったものとしては、大変頼もしい回答であった。新入生を対象とし、教養部の一般教育科目全体にわたっておこなわれた調査(参考文獻2)においても、統計学は単位取得の比較的難しい部類に属しているようである。これらから考えれば、やはり学生自身が将来の専門分野を志すために必要だから勉強しなくてはならない、という意識をもっているように思われる。

最後の質問は確率・統計の基本用語に関する理解の程度を問うものである。

表の数値(%)は習わなかったものを除いて計算し

表4 確率・統計の基本用語の理解度

用語	59年度	60年度	61年度	62年度	63年度	5年平均
記述統計						
① 度数分布	76.0%	83.4%	80.8%	75.7%	77.3%	78.6%
② ヒストグラム	64.2	74.7	72.7	66.6	66.3	68.9
③ 累積度数分布	68.8	76.4	73.4	69.6	73.6	72.4
④ 中央値	75.1	82.6	81.8	77.5	79.8	79.4
⑤ 標準偏差	60.7	70.5	69.1	63.1	65.0	65.8
確率						
⑥ 順列・組合せ	91.2	92.5	89.5	86.4	85.6	88.9
⑦ 確率の加法定理	74.1	80.1	73.6	69.2	69.6	73.2
⑧ 条件つき確率	73.2	80.3	73.2	71.8	71.3	74.0
確率分布						
⑨ 確率変数の期待値	71.2	77.9	72.3	69.0	67.6	71.6
⑩ 2項分布	63.3	68.4	64.6	61.6	60.0	63.5
⑪ 正規分布	56.0	65.7	60.2	53.1	51.3	57.2
統計的推測						
⑫ 母集団と標本	60.9	70.4	58.5	52.5	52.1	58.9
⑬ ランダム・サンプリング	57.8	65.9	56.6	48.8	49.8	55.9
⑭ 推定	40.9	50.6	46.1	39.8	38.3	43.4
⑮ 検定	37.8	49.4	45.9	39.8	38.7	42.6

た。各数値は自己判断による用語の理解度を示しているものとみられる。各項目の年度間の変化としては、新課程の教育を受けて入学した60年度の新生の理解度が、59年(旧課程)の新生に比べてどの項目についてもはつきり上昇していること、また60年から63年までは横ばいか若干下落傾向にあることが読み取れる。最後の列に示した5年平均で見ると、よく理解されている用語は、順列・組合せ、中央値、度数分布で、つぎによく理解されているものに、条件つき確率、確率の加法定理、累積度数分布、確率変数の期待値がある。これと反対に、理解度の低い用語としては、検定、推定、ランダム・サンプリング、正規分布、母集団と標本が挙げられる。概して、記述統計と確率の分野の用語が高いのに対して、統計的推測の用語は低い値を示している。これは一般的な認識に合致しているといえるであろう。

図6 数学は得意な科目か

小学校から高校までの統計は、主として算数や数学のなかで教えられている。このことから教養課程で統計学を履修する学生には、数学を得意とするものが多いのではなからうかと考え、この質問項目を設けてみた。グラフを見れば、得意、普通、不得意の割合は各年度を通じてほぼ一定しており、5年平均では、普通と答えたものが全体の約半分、得意と答えたものは約3分の1、不得意は2割となっている。統計学の履修者には数学を得意とするものがとくに多いとは言えないと判断される。

ではなぜ統計学を履修するのか、という理由を問う

(4) 基本用語の理解度は、新課程元年60年にはつきりした伸びを表している。「確率・統計」として独立したことの成果と比べてよいかもれない。項目を個別にみると、記述統計と確率に関する用語が高く、統計的推測は低い値となっていて、これは予想されていた結果である。

以上から、筆者らは従来の講義の方針をとくに変更する必要はないとの結論を得ている。しかし、クラス編成が可能であれば、「確率・統計」の履修、非履修を分けることは少なくとも必要である。また、いままでの報告で見えてきたように、統計的推測の部分について、学生の理解の難しさを教師の教えにくさが指摘されている。ここで、従来の内容を再吟味し、適切な推測統計についての教材研究の必要性を、高等学校レベルと大学の両方に提言したい。

最後に長期にわたり、この調査に協力をいただいた教養部数学教室 丹野雄吉教授、中村吉昌教授、福田途宏助教授らに深い感謝の意を表したい。

【参考文献】

- (1) 村上正康他、「千葉県の高等学校における確率・統計の教育に関する調査」、日本数学教育学会誌、第67巻9号、1985年、
- (2) 6 大学教養部教育方法改善プロジェクト、「一般教育に関連したRemedial Course」報告書、昭和59年、千葉大学教養部
- (3) 村上正康、田栗正章、安田正実、「新課程下の大学入試と統計教育」応用統計学、Vol. 10, No. 2, 1981.

【資料】
質問用紙

2次試験には確率はもろろん、確率分布までの問題もかなり出題される。しかし、統計的推測の範囲からほとんど出題されていない。この実状がはっきりと反映されている。

3. 結論

この調査は、千葉大学教養課程で統計学を担当している筆者らが、今回の高等学校指導要領のかなり大幅な改訂に対して、どのように対処すべきかを考慮するために行ったものである。その結果、新課程の教育を受けた新入生の確率・統計の事前知識について一定の見解を得ることができた。それらを要約すると、

- (1) 新課程移行後の新入生は、90%近くのものが高校で「確率・統計」をとっているにもかかわらず、質問項目3と4のクロス集計の結果によれば、彼等は確率のみ、または確率と確率分布までしか習っておらず、これは高等学校側の大学入試対策によるものとみられる。もつともこのようなことは旧課程においても程度の差こそあれ同様な状況であったと推察される。
- (2) 確率・統計の内容に関する学生たちの興味については、確率の部分がおもしろかったとふつうを合せて80%を占め、確率分布、統計的推測はそれぞれ65%、60%にしか過ぎない。これと理解度などから考えると、高等学校での確率教育はうまくいっているとの説を裏付けているといえよう。しかし、この裏側に、確率分布や統計的推測について問題が浮き上がっている。教材内容の吟味や生徒の負担など大いに考慮されねばならない。
- (3) 大学で統計学を履修する理由は、将来必要と思っていて、興味をもっているからであり、数学に自信をもつことや単位の取得を関連づけていない。無記名でのカード記入方法をとっているから、かなり辛らつなことが表れると思つたが、これは意外であった。

確率・統計アンケート 千葉大学教養部統計学教室

高校までの「確率・統計」に関する次のアンケートに答えて下さい。

[注意] 筆記用具は鉛筆 (HB, B) などを使用して下さい (ボールペンは不可)。

各項目について、番号①-⑨を選び、カード欄<1>から欄<24>まででいいねいにぬりつぶしてして下さい。欄<9>以外は、一つづつマークします。訂正は、消しゴムできれいに消し、消しゴムを残さずに下さい。

と答えた教師の割合と理解できなかつたと答えた学生の割合を表5にまとめた。この2つの変量の散布図はほぼ直線的な傾向を示していて、相関係数を計算すると、0.91となつて、両者には強い対応関係がある。つまり、教師が教えにくい用語ほど、生徒にとつて理解が難しい。

以上は単純集計のみであるが、つぎにクロス集計を

表5 教えにくさと理解度の割合

	高校教師が教えにくいと答えた割合	学生が理解できなかつた割合
順列・組合せ	11.1%	8.1%
条件つき確率	26.0	40.8
確率変数の期待値	28.4	27.4
2項分布	36.5	30.9
正規分布	42.8	39.4
ランダム・サンプリング	44.1	36.8
推定	56.6	61.2
検定	57.4	65.5

「①確率のみ」しかやらない割合が、文系は理系に比べて、はるかに高く、年々ともこの傾向はさらに強くなつていく。これに連動して、「確率・統計」を「③確率と確率分布、統計的推測まで」、つまり全部の内容をやるとは減少し、63年は60年の約半分以下にまで落ちこんでいる。その反面、文系でも「②確率と確率分布」の範囲までやる割合は40%を越えている。理系の場合は、「①確率のみ」というのは10%程度で、「②確率と確率分布」の範囲までやる割合は次第に増加している。こういった傾向は、おそらく大学入試がかなり影響していると思われる。すなわち、共通1次試験の数学には、確率の問題が必ず含まれており、ま

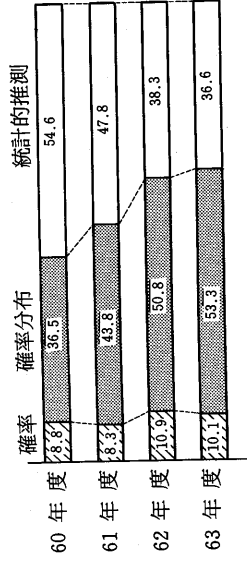


図8 履修コースと学習した範囲 (理系コース④の場合)

村上・安田：確率・統計の事前知識に関する調査

今回の調査に関連するものとして、昭和59年1月に千葉県の高等学校数学教師を対象におこなつたアンケート調査がある (参考文献1)。そのなかに、確率・統計の用語について教師が感じる教えにくさの程度 (分類項目は、教えやすい、普通、教えにくいの3つ) を問う質問が含まれていた。これらの用語のうち、今回の調査の用語と共通するものについて、教えにく

とる。これは非常に多くの組合せがあるが、いくつかの集計結果のうち、とくに興味を覚えた質問事項3と4の関連を述べる。この場合の対象は、60年以後の入学者で、かつ、新課程の「確率・統計」を受講したものに限定している。

質問3において文系の進学コース②かまたは理系の進学コース④を選んだものが、それぞれ質問4で「確率・統計」を実際にどの範囲まで習っていたかを表す。各年毎に質問4の3つの回答項目の割合を求め、コースと範囲の分割表ではなく、年別の帯グラフで表す。なぜなら、後述するように、この年次変化を注目したいからである。

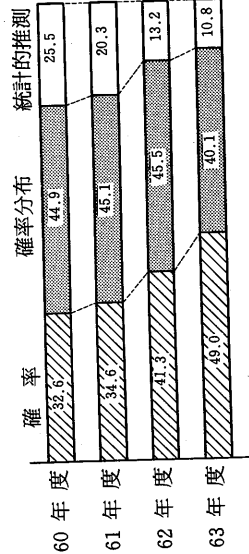


図7 履修コースと学習した範囲 (文系コース②の場合)

村上・安田：確率・統計の事前知識に関する調査

カード欄の番号

- <1> 1. 学部をマークして下さい。
 1 文学部 2 教育学部 3 法経学部
 4 理学部 5 医学部 6 薬学部
 7 看護学部 8 工学部 9 園芸学部
- <2> 2. あなたの出身高校の所在地は、どこですか。
 1 千葉県 2 東京都 3 その他
- <3> 3. 高校の「数学」であなたは何を履修しましたか。
 1 数I+代数幾何+基礎解析
 2 数I+代数幾何+基礎解析+確率統計
 3 数I+代数幾何+基礎解析+微分積分
 4 数I+代数幾何+基礎解析+確率統計+微分積分
 5 (旧) 数I+数IIB 6 (旧) 数I+数IIA
 7 (旧) 数I+数IIB+数III 8 その他

上の<3>で、24または567をマークした人は<4>、<5>、<6>、<7>を答えて下さい(旧課程では、確率は数Iに、確率分布と統計的推測は数IIIに含まれていました)。それ以外をマークした人は、<8>以降へ。

- <4> 4. あなたは「確率・統計」をどの範囲まで習いましたか。
 1 確率のみ 2 確率と確率分布 (統計的推測は除く)
 3 確率と確率分布, 統計的推測まで
- <5> 5. 確率について、あなたの感想はどうですか。
 1 おもしろかった 2 ふつう 3 おもしろくなかった
- <6> 6. 確率分布(確率変数の平均と分散, 正規分布など)について、あなたの感想はどうですか。
 1 おもしろかった 2 ふつう 3 おもしろくなかった
- <7> 7. 統計的推測(推定や検定)について、あなたの感想はどうですか。
 1 おもしろかった 2 ふつう 3 おもしろくなかった

カード欄の番号

- <8> 8. あなたにとって、数学は得意科目ですか。
 1 得意 2 普通 3 不得意
- <9> 9. 大学で「統計学」を履修する理由について、つぎの項目の中からあてはまるものを3つまで選び、その番号をマークして下さい。
 1 興味を持っているから 2 将来必要と思うから
 3 数学に自信があるから 4 他の科目より単位がとり易いから
 5 学部のガイダンスで指導されたから
 6 先輩、友人から指示や、他の情報から
10. 中学や高校で習った次の確率・統計用語の項目について
 1 理解できたと思う 2 理解できなかったと思う 3 習わなかった
 の中から一つ選んでマークして下さい。
- <10> 10.1 度数分布 1 2 3
 <11> 10.2 ヒストグラム 1 2 3
 <12> 10.3 累積度数分布 1 2 3
 <13> 10.4 中央値(メジアン) 1 2 3
 <14> 10.5 標準偏差 1 2 3
 <15> 10.6 順列・組合せ 1 2 3

- <16> 10.7 確率の加法定理 1 2 3
 <17> 10.8 条件つき確率 1 2 3
 <18> 10.9 確率変数の期待値 1 2 3
 <19> 10.10 二項分布 1 2 3
 <20> 10.11 正規分布 1 2 3
 <21> 10.12 母集団と標本 1 2 3
 <22> 10.13 ランダム・サンプリング
 (任意抽出, 無作為抽出) 1 2 3
 <23> 10.14 推定 1 2 3
 <24> 10.15 検定 1 2 3

ご協力どうも有難うございました