和算 (Japanese Mathematics)

1 概要

和算という学問の体系があったわけではなく、江戸時代に書かれた書物あるいは算額によって記録が残されている問題とその解答を指します。江戸時代は、1603 年から 1867 年までのおよそ 270 年間をいい、この間、鎖国によって海外との交流、文化的閉鎖によって、日本独自の数学である和算が江戸時代初頭に各地の知識人によって成立し、明治になった直後に、明治政府の文部政策によって、西洋数学がその教育主眼として移入され、また留学する帰国生によって新たな知識として置き換わっていきます。和算の歴史は江戸時代の歴史と完全に一致した期間にまたがっているのです。この間、西洋数学には劣ることもない難問も有能な人々により解かれ、流派の伝統技として伝えられていました。

一方ヨーロッパ数学では、いまだに暗黒の時代を引きずっていましたが、17 世紀初頭に入り、ヨーロッパ全体に数学を含んだ自然科学の爆発的とも思われる発展がもたらされました。イタリア人の有名なガリレオ・ガリレイ、惑星の位置を記述する膨大な量の数値データを収集したティコ・ブラーエと助手であるドイツ人のヨハネス・ケプラー、さらにスコットランドのジョン・ネイピアは、ケプラーの計算を助けるいわゆる対数の研究を行っています。この後、フランス人の数学者ピエール・ド・フェルマーと哲学者でもあるルネ・デカルトによって解析幾何学が研究され、イングランドのアイザック・ニュートンはケプラーの法則を説明する物理法則を理論的に解明し、現在の微分積分学として知られる概念を作り上げた。またドイツではゴットフリート・ライプニッツが現在でも使用される微分積分の理論と記法を発表した。この時代には科学と数学は国境を越えた営みとなり、すぐに全世界に広まっていくことになります。

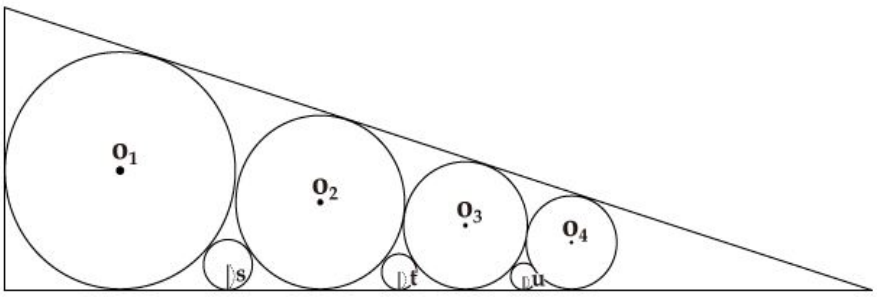
2 算額 (さんがく) を解く

算額とは，神社などに奉納した数学問題が描かれた絵馬です。江戸時代中期頃から始まった風習といわれ，日本全国に約 820 面の算額が現存しています。数学の問題が解けたことを神仏に感謝し，益々勉学に励むことを祈願して奉納されたといわれます。また人の多く集まる神社仏閣ではその発表の場として機能します。しかし限られたスペースに難問や問題だけを書き、解答を付けないで奉納するものも現われ，その問題を見て解答を算額にしてまた奉納するといったことが行われました。先人が残してくれたこれらは貴重な文化財として，また学問に対する真摯な意思を表現していますから、日本の数学文化の高揚から今後も大切にしていかねばなりません。

国立国会図書館のホームページから：

- 和算の歴史：http://www.ndl.go.jp/math/s1/c5.html

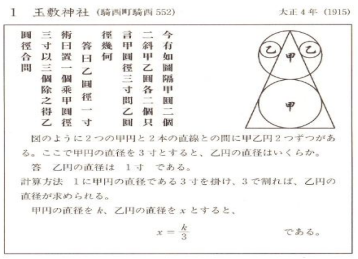
腕試しの問題から:

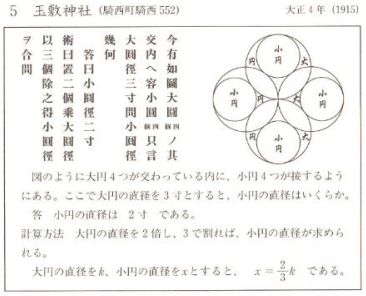


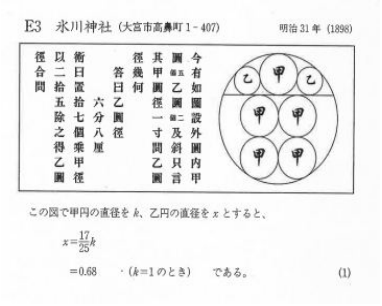
またつぎのホームページも参考になるかも知れません。

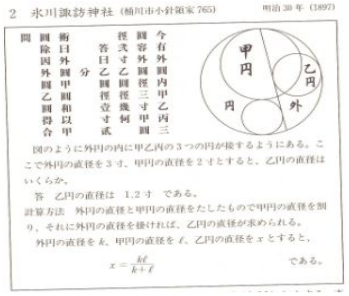
- 和算の館： http://www.wasan.jp/

和算は教科書としては取り上げられることは少ないのですが、近年、多くの出版がされています。地元に残る貴重な文化に触れるよい機会ですから、近くの神社、仏閣を訪ねてみるとよいでしょう。「算額を解く」大原茂著、さきたま出版会には、埼玉に関する地元の算額が解答とともに集められています。つぎにいくつかをひろってみましょう。





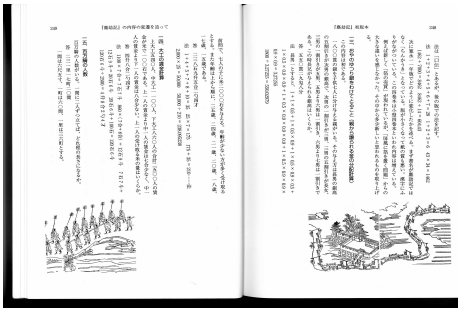


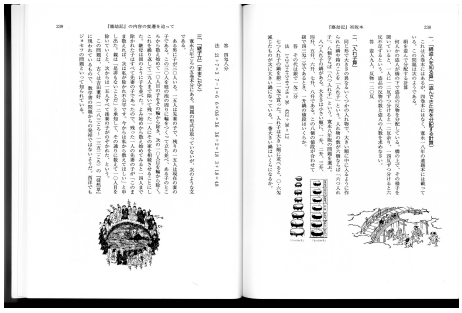


3　塵劫記（じんこうき）

江戸時代の初期 1627 年に吉田光由が執筆した有名な数学の学習参考書といえるものです。命数法や単位、掛け算九九などの基礎的な知識のほか、面積の求め方などの算術を身近な話題をもとに解説しています。継子立て、ねずみ算などの数学遊びを図とともに豊富に載せており、これ一冊で当時の日常生活に必要な算術全般をほぼ網羅できる内容といわれます。当時の文化高揚には貢献し、江戸の経済繁栄や治安安定にも少なからず、影響していると思います。

すなわち社会経済の発達に伴い、人々の生活にも基礎的な算術の素養が求められ、同書は版を重ね、江戸時代の数学書のベストセラーかつロングセラーとなっています。また内容を多少変えた異本が多数出版され、明治時代に至るまで実に 300-400 種類の『塵劫記』が出版されたともいわれています。同書はまた江戸時代の多くの学者に影響を与え、後に和算の大家となった関孝和や儒学者の貝原益軒なども、若いころ『塵劫記』で数学を独習していたはずです。 また学者のみならず、懇切丁寧な説明と非常に多い挿絵のおかげで、民衆にも広く愛されました。





参考書：

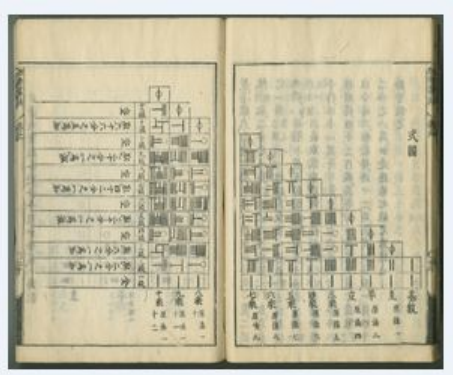
[1] 塵劫記 吉田光由著 大矢真一校注 岩波文庫
[2] 「塵劫記」初版本-影印、現代文字、そして現代語訳ー佐藤健一 研成社

4　関孝和（せき たかかず）

関孝和は関流の始祖として、算聖と崇められました。明治以後、和算が西洋数学にとって代わられた後も、日本数学史上最高の英雄的人物とされています。延宝 2 年（1674 年）に『発微算法』を著し、点竄術（てんざんじゅつ）すなわち筆算による代数の計算法を発明して、和算が高等数学として発展するための基礎を作りました。世界で最も早い時期に行列式・終結式（英語版）の概念を提案したことはよく知られています。またまた暦の作成にあたって円周率の近似値が必要になったため、1681 年頃に正 131072 角形を使って小数第 11 位まで算出して、関が最終的に採用した近似値は「3.14159265359 微弱」でしたが、エイトケンの Δ^2 乗加速法を用いた途中計算では小数点以下第 16 位まで正確に求めているほどです。

沢口一之『古今算法記』巻末の 15 問の未解決問題（遺題）はまさに多変数の方程式を必要とします。関は『発微算法』（延宝 2 年、1674 年）でそれらすべての解を与え、この本は関の名前を一躍有名なものとしています。それは傍書法、すなわち算木による数ではなく紙の上の文字によって算式を論じる代数筆算を用い、2 個目以降の未知数を文字で表して多変数の方程式を表現し、それを点竄術で処理して求めました。西洋の微分積分学の発展とは独立に、方程式の求根の際に導関数に相当するものを計算したり、求長・求積に関する業績を挙げていています。これをもってアイザック・ニュートンやゴットフリート・ライプニッツよりも前に微分積分学を創始したと語られることがありますが、関が微分法と積分法を結びつけた（言い換えれば微分積分学の基本定理を発見した）事実はなく、これは妥当な評価ではないともいわれます。

ベルヌーイ数や二項係数について書かれた「活要算法」(1972)：



参考書：
「関孝和の数学」竹之内脩著、 共立出版

5　建部賢弘（たてべ たかひろ）

幼少から関孝和の門人となり、1716 年（享保元年）将軍徳川吉宗の信頼を得て『日本総図』を作りました。関孝和の業績を解説するためのいくつかの著作をしています。人々が関の業績を理解できなかったためといわれます。また沢口一之の『古今算法記』の遺題（未解決問題）を自らの創始した点竄術を駆使して解決し、その結果を『発微算法』に纏めています。しかし本書は省略が著しく多く理解が困難で、特に関西の数学者から正当性に疑いの声が上がって、これに呼応して建部は『発微算法演段諺解』で変数消去の過程を丁寧に解説し、その不備を補っています。独自の業績としては円周率に関連した一連の

研究が最も重要で、後に円理の発展の基礎になっています。まず古来からある正多角形で円を近似する方法に累遍増約術を適用し、円周率を 41 桁まで正しく求めました。ここでは関孝和の手法に比べて遥かに少ない計算で、精度を大いに改善しています。これは世界的に見ても数値的加速法の最初期の例でした。

現在日本数学会では、若手の数学者を対象とする建部賢弘特別賞・建部賢弘奨励賞（通称「建部賞」）を設けていています。数学会のホームページにあります。

著作 :『日本総図』『発微算法演段諺解』『大成算経』『研幾算法』『綴術算経』(1722 年)

参考書 :

「建部賢弘の数学」小川束、佐藤健一、竹之内脩、森本光生著、 共立出版

内容の一例:

図 5.4 建部賢弘『綴術算経』(国立公文書館内閣文庫，27 丁裏～28 丁表)．本節より正確であることを注意しておく．

解題本術を導くのに，賢弘は「削片の術」を提唱している．これは，球を薄皮饅頭と見立てて，その薄皮の体積を求め，それを薄皮の厚さで割れば球の表面積を近似できると考えて，数値計算をしてみる方法である．球の体積の公式は次節で述べるように知られていた．賢弘は，図 5.3 の左側 6 行目から次のような数値計算を記している．

1) 直径 10.01 寸の球の体積から直径 10 寸の球の体積を引けば，

$$1\text{寸}^3 57236764672\text{強}$$

を得る．厚さ 0.005 寸で割れば，片面積 $s_1 = 314\text{寸}^2 473529344$ 強 を得る．

2) 直径 10.0001 寸の球の体積から直径 10 寸の球の体積を引けば，

$$0\text{寸}^3 0157081203481\text{強}$$

を得る．厚さ 0.00005 寸で割れば，片面積 $s_2 = 314\text{寸}^2 162402962$ 強を得る．

図 5.5 建部賢弘『綴術算経』(国立公文書館内閣文庫，28 丁表～29 丁表)．本節．

3) 直径 10.000001 寸の球の体積から直径 10 寸の球の体積を引けば，

$$0\text{寸}^3 000157079648387\text{強}$$

を得る．厚さ 0.0000005 寸で割れば，片面積 $s_3 = 314\text{寸}^2 159296775$ 弱を得る．

このように厚さが小さくなるに従って，極限値がゆっくりと現れてくる．

4) 1)，2)，3) の三つの片面積より，損約術により，球面の真の面積を求めると，

$$\frac{s_2^2 - s_1 s_3}{2s_2 - s_1 - s_3} = 314\text{寸}^2 159265359\text{弱} \qquad (5.24)$$

を得る．円周率が現れているので，これを円周率で割れば，100 を得る．これは直径の自乗であるので，解題本術を得る．

現代では，球の半径を r と置くことが多い．直径は $d = 2r$ である．直径 r の球の体積を $V(r)$ と書けば，$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi}{6}d^3$ である．賢弘が行っている

(以上)