

🔍 🔍 🔍 課題問題 中間期（6月） 🔍 🔍 🔍

★提出期日 2019 年 6 月 10 日、工学系は「工学」問題を含めすべての解答をすること、文系はこの「工学」問題を含めてもよいとします。解答には「別紙」を用いること。

問題 1（期待値と分散） 箱のなかには 4 個の白ボールと 3 個の赤ボールがあり、ここからボールの「非復元抽出」をおこなう。取り出しの結果、白ボールであれば、 w と表し、赤ボールでは、 r と表すとき、この取り出しの事象系列についてつぎの問いに答えよ。

- (i) 事象系列が $rrwr$ (赤赤白赤の順) となる結果の確率をもとめよ。
- (ii) 確率変数 X を初めて白ボールが出るまでの回数とすると、この確率分布をもとめよ。
- (iii) 平均 $E(X)$ と分散 $V(X)$ をもとめよ。

工学 (iv) もし取り出しを「復元抽出」であるとすれば、この場合の確率分布とその平均を分散をもとめよ。

ヒント : p.37 離散型確率分布の平均と分散、(ii) p.53 幾何分布、回数の値 $k = 1, 2, 3, \dots$ とその確率 $P(X = k)$ の対応表。初めて起こる事象の確率は幾何分布となる。一般に取り出し回数を固定したときの取り出し確率が変わらないから、復元抽出では 2 項分布であり、非復元抽出では抽出結果により、次時点の生起確率が異なる超幾何分布となる。

問題 2（結合分布の期待値） つぎの 2 元表は離散型確率変数の結合分布を表す。2 つの確率変数 X, Y の取り得る値とその確率 $P(X = i, Y = j) = p_{ij}$ を行列で表したもの。

" $X = i$ " \ " $Y = j$ "	10	11	12	計
20	0.15	0.25	0.15	0.55
30	0.15	0.10	0.20	0.45
計	0.30	0.35	0.35	1

- (i) $E(X)$ と $E(Y)$ をもとめよ。
- (ii) $E(X) + 2E(Y)$ をもとめよ。
- (iii) 確率変数 $Z = X + 2Y$ の確率分布をもとめ、等式 $E(X + 2Y) = E(X) + 2E(Y)$ を確かめよ。

ヒント : p.39 結合確率分布、2 元表での X, Y の周辺和から、周辺分布をもとめる。

問題 3（2 項分布） 2 項分布でのパラメータ: 繰り返し数 n , 生起確率 (成功の確率) p とするとき、確率変数 $X \sim \text{Binom}(n, p)$ と表す。

- (i) 確率変数 $Y = n - X$ の確率分布をもとめよ。
- (ii) $E(Y)$ をもとめよ。

工学 (iii) 確率変数 X の分散と Y の分散をもとめよ。

ヒント : (i), (ii) では裏 (失敗) の出る確率分布を求める。(iii) 分散の計算は 2 次モーメント $E(X^2)$ を計算するが、直接の計算ではなく、2 項係数 ${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ の形から $k \times {}_nC_k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = n {}_nC_{k-1} = n \binom{n}{k-1}$ および $k(k-1) \times {}_nC_k = n(n-1) {}_nC_{k-2} = n(n-1) \binom{n}{k-2}$ をもちいよ。つまり $X^2 = X(X-1) + X$ の関係!

問題 4（正規分布） 5 章の問題での 5.1 (a) ~ (h) を解け。正規分布表は付表 2 正規分布表と付表 3 正規分布のパーセント点をもちいる。

追加資料の正規分布表は今後もちいるので保存してください。

(以上)