

計算の過程は空白部分にできるだけ詳しく明記して、解答を枠内に記すこと。

1 つぎの集合は、 $\mathbb{R}^3$  の部分空間かどうか調べよ。

(1)  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; y \geq z \right\}$

(2)  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; x - 1 = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{-3} \right\}$

(1)	(2)
-----	-----

2 つぎのベクトルの組は一次独立か一次従属か調べよ。

(1)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

(2)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

(1)	(2)
-----	-----

3  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  とおく。 (1) 連立方程式  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  の解空間を定めよ。 (2) この空間の次元を求めよ。

(1)	(2)
-----	-----

(次面に問題が続きます)

4

$\mathbb{R}^3$  の部分空間を  $U = \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\rangle$  とする。

(1)  $W_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} \right\rangle$  は  $U$  を生成するかどうか調べよ。

(2)  $W_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$  は  $U$  を生成するかどうか調べよ。

(1)		(2)	
-----	--	-----	--

5  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  への線形写像  $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y \\ 3x - 4y \\ 4x + 2y \end{pmatrix}$  とする。

(1)  $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$  の基底をともに標準基底としたとき場合、写像の表現行列を求めよ。

(2)  $\mathbb{R}^2$  の基底を  $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$  とし、 $\mathbb{R}^3$  の基底を  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  とした場合の表現行列を定めよ。

(1)		(2)	
-----	--	-----	--

(以上)