ベクトル $\vec{a}=(a_1,\,a_2), \vec{b}=(b_1,\,b_2)$ とする。

(1) ベクトルの内積とノルム： $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2=a_1^2+a_2^2$

(2) 配分法則： $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

(3) 結合法則： k はスカラーとするとき、$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

(4) 角の余弦：

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\,\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

問題 1

つぎの等式を満たす $\vec{x}$ を, $\vec{a},\vec{b}$ で表せ。

(1) $3\vec{x}-4\vec{a}=\vec{x}-2\vec{b}$ (2) $2(\vec{x}-3\vec{a})=5(\vec{x}+2\vec{b})$

問題 2

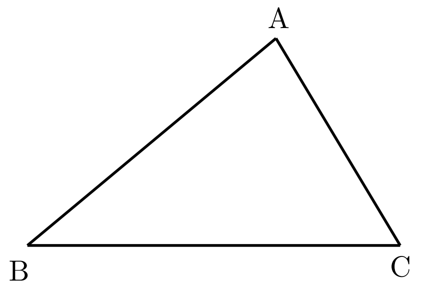
$|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=\sqrt{3}, |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$ のとき、つぎを求めよ。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値 (2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ

問題 3

平面上に $\triangle$ABC と点 P, Q はそれぞれつぎの関係が成り立っている。このとき、P, Q の位置を図示せよ。

$$\mathrm{P}:\quad 3\overrightarrow{\mathrm{AP}}=2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}} \qquad \mathrm{Q}:\quad \overrightarrow{\mathrm{AQ}}+2\overrightarrow{\mathrm{BQ}}+\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=\mathbf{0}$$



問題 4

(1) 2 点 $A(a_1,a_2),\ B(b_1,b_2)$ と原点 O のつくる三角形において、$\triangle$OAB の面積は

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}=\frac{1}{2}\,|a_1b_2-a_2b_1|$$

となることを示せ。

(2) 3 点 $A(a_1,a_2),\ B(b_1,b_2),\ C(c_1,c_2)$ のつくる三角形において、$\triangle$ABC の面積はどうなるか？

ヒント：ベクトルのなす角 θ をもちいると、$S=\dfrac{1}{2}|\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\theta, \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$ が成り立つ。