

## 数学演習 (1) 第 9 回 微分法的应用

## 問題+宿題

## I. 次の不等式を証明せよ.

(1)  $e^x \geq 1 + x \quad (-\infty < x < \infty)$

(2)  $x \geq 0$  のとき  $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ ,  $x \leq 0$  のとき  $e^x \leq 1 + x + \frac{x^2}{2}$   
(hint: (1) を利用せよ)

(3)  $\log(1+x) \leq x \quad (x > -1)$

(4)  $x \geq 0$  のとき  $\log(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$ ,  $-1 < x \leq 0$  のとき  $\log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2}$

(5)  $\arctan x \leq x \quad (x \geq 0)$

(6)  $\sin x \geq \frac{2}{\pi}x \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$

II. 次の関数  $f(x)$  の増減を調べ, 極値を (もしあれば) 求めよ.

(1)  $f(x) = x^3 + 6x$

(2)  $f(x) = x^3 - 6x$

(3)  $f(x) = x^4 + x^2$

(4)  $f(x) = x^4 - x^2$

(5)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$

(6)  $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x$

(7)  $f(x) = 3x^5 - 10x^3$

(8)  $f(x) = 6x^5 + 15x^4 + 10x^3$