

## 数学演習 (1) 第 2 回 初等関数

解説：逆三角関数, 双曲線関数

問題+宿題

以下において

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2} \quad (-1 \leq x \leq 1), \quad 0 \leq \arccos x \leq \pi \quad (-1 \leq x \leq 1),$$

$$-\frac{\pi}{2} < \arctan x < \frac{\pi}{2} \quad (-\infty < x < \infty)$$

とする.

I.

- (1)  $x = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1$  のときの  $\arcsin x$  の値を求めよ.
- (2)  $x = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1$  のときの  $\arccos x$  の値を求めよ.
- (3)  $x = 0, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm 1, \pm \sqrt{3}$  のときの  $\arctan x$  の値を求めよ.

II. 次を  $x$  の式で (三角関数, 逆三角関数を用いずに) 表せ.

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (1) $\sin(\arcsin x)$ | (2) $\cos(\arccos x)$ | (3) $\tan(\arctan x)$ |
| (4) $\sin(\arccos x)$ | (5) $\cos(\arcsin x)$ | (6) $\tan(\arcsin x)$ |
| (7) $\tan(\arccos x)$ | (8) $\cos(\arctan x)$ | (9) $\sin(\arctan x)$ |

III. 次の値を求めよ.

- (1)  $\arccos(\cos \frac{7\pi}{5})$       (2)  $\arcsin(\sin \frac{7\pi}{5})$       (3)  $\arccos(\sin \frac{7\pi}{5})$
- (4)  $\arcsin(\cos \frac{7\pi}{5})$

(hint:  $\cos(2\pi - \theta) = \cos \theta$ ,  $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ ,  $\sin \theta = \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$ ,  $\cos \theta = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$  等を用いよ.)

IV. 双曲線関数

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

に対し, 次を示せ.

- (1)  $(\cosh x)^2 - (\sinh x)^2 = 1$  (左辺を計算する)
- (2)  $1 - (\tanh x)^2 = \frac{1}{(\cosh x)^2}$  ((1) を用いる)
- (3)  $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y$  (右辺を計算する)
- (4)  $\sinh(x + y) = \cosh x \cdot \sinh y + \sinh x \cdot \cosh y$  (右辺を計算する)
- (5)  $\tanh(x + y) = \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \cdot \tanh y}$  ((3), (4) を用いる)