2019.4.19

数学演習 (1)　第 1 回　数列の極限　解答

I. (1) (正の無限大に) 発散する

(2) (負の無限大に) 発散する

(3) 発散する

(4) 0

(5) 0

(6) 発散する

(7) 0

(8) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+6n+1}{3n^2+2n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2+6/n+1/n^2}{3+2/n}=\frac{2}{3}$

(9) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2^n+1}{3^{n+1}+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{(2/3)^n+(1/3)^n}{3+(1/3)^n}=0$

(10) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{5^{n+1}-4^{n-1}}{5^n+(-4)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{5-(4/5)^n4^{-1}}{1+(-4/5)^n}=5$

(11) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+1/n}+\sqrt{1-1/n}}=\frac{1}{2}$

(12) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+2n}-n)=\lim_{n\to\infty}\frac{(\sqrt{n^2+2n}-n)(\sqrt{n^2+2n}+n)}{\sqrt{n^2+2n}+n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{\sqrt{n^2+2n}+n}=1$

(13) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left((-2)^n-\frac{4^n}{(-2)^n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-2)^n}{(-2)^n+1}=1$

(14) $\displaystyle 0.\underbrace{11\cdots1}_{n\ \text{個}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\cdots+\frac{1}{10^n}=\frac{1}{10}\frac{1-(1/10)^n}{1-1/10}=\frac{1}{9}\left(1-(1/10)^n\right)$ だから $\displaystyle\lim_{n\to\infty}0.\underbrace{11\cdots1}_{n\ \text{個}}=\frac{1}{9}$

II. (1) $\displaystyle S_n=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2},\quad S=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{1}{2}$

(2) $\displaystyle S_n=\sum_{k=1}^{n}(\log k-\log(k+1))=-\log(n+1),\quad \lim_{n\to\infty}(-\log(n+1))=-\infty$ だから発散

(3) $\displaystyle S_n=-\log 2+\log\frac{n+2}{n+1},\quad S=-\log 2$