

数学演習 (1) 第 9 回 微分法の応用

問題+宿題

I. 次の不等式を証明せよ.

(1) $e^x \geq 1 + x \quad (-\infty < x < \infty)$

(2) $x \geq 0$ のとき $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$, $x \leq 0$ のとき $e^x \leq 1 + x + \frac{x^2}{2}$
(hint: (1) を利用せよ)

(3) $\log(1+x) \leq x \quad (x > -1)$

(4) $x \geq 0$ のとき $\log(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$, $-1 < x \leq 0$ のとき $\log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2}$

(5) $\arctan x \leq x \quad (x \geq 0)$

(6) $x - \frac{x^3}{3} \leq \arctan x \quad (x \geq 0)$

II. 次の関数 $f(x)$ の増減を調べ, 極値を (もしあれば) 求めよ.

(1) $f(x) = x^3 + 6x$

(2) $f(x) = x^3 - 6x$

(3) $f(x) = x^4 + x^2$

(4) $f(x) = x^4 - x^2$

(5) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3$

(6) $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x$

(7) $f(x) = 3x^5 - 10x^3$

(8) $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$