

数学演習 (1) 第 3 回 関数の極限

問題+宿題

I. 次の空欄を埋めよ.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2^x									
2^{-x}									

x	1/32	1/16	1/8	1/4	1/2	1	$\sqrt{2}$	2	4	8
$\log_2 x$										

II. 次の関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を同一平面上に描け. I の結果を利用せよ.

- (1) $f(x) = 2^x$ ($-4 \leq x \leq 4$)
- (2) $f(x) = 2^{-x}$ ($-4 \leq x \leq 4$)
- (3) $f(x) = \log_2 x$ ($0 < x \leq 8$)

III. 次の極限を求めよ.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log x, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \log x$
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow +0} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow -0} e^{1/x}$
- (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 5x + 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 5x + 2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 5x + 2}$
- (4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$
- (5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \log x}{1 + \log x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \log x}{1 + \log x}, \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1 - \log x}{1 + \log x}$
- (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$
- (7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}$
- (8) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{2/x}$
- (9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 5x)}{x}$
- (10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-6x} - 1}{7x}$
- (11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$ ($y = \arcsin x$ とおく)
- (12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x$
- (13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x+1} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$
- (14) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$ ($x > 0$)
- (15) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+h) - \log x}{h}$ ($x > 0$)
- (16) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$ (hint: $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$)