

数学演習 (1) 第 14 回 広義積分

問題

I. 次の広義積分を計算せよ. 被積分関数が積分区間のどの点で不連続か述べること. (積分は発散することもある.)

$$(1) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$(2) \int_0^2 \frac{1}{x} dx$$

$$(3) \int_0^2 \frac{1}{x^3} dx$$

$$(4) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$

$$(5) \int_{1/2}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(6) \int_0^{1/e} \frac{1}{x(\log x)^2} dx \quad (\text{hint: } \lim_{x \rightarrow +0} x(\log x)^2 = 0 \text{ を示せ.})$$

II. 次の広義積分を計算せよ. a は定数とする. (積分は発散することもある.)

$$(1) \int_2^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$(2) \int_2^\infty \frac{1}{x} dx$$

$$(3) \int_2^\infty \frac{1}{x^3} dx$$

$$(4) \int_1^\infty e^{-ax} dx \quad (a > 0)$$

$$(5) \int_0^\infty x e^{-ax^2} dx \quad (a > 0)$$

$$(6) \int_0^\infty \frac{1}{(2x+1)(x+1)} dx$$

$$(7) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{x^2 + a^2} dx \quad (a > 0)$$