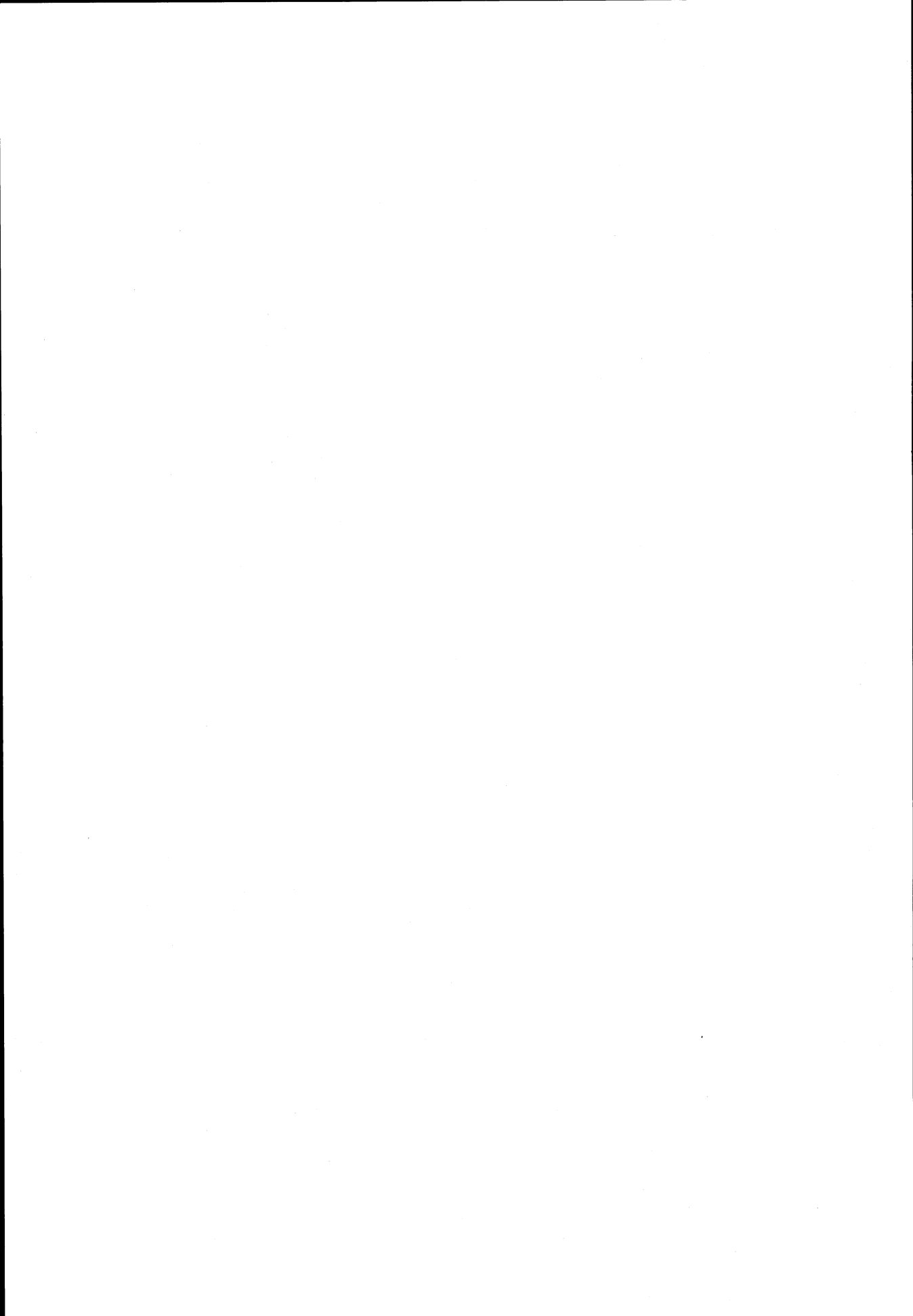


工学を志す人の **微分積分**

阿部吉弘・伊藤 博・酒井政美
長 宗雄・永野與彦・堀口正之
矢島幸信・山崎文明

東京 教 学 社



序

微分積分学というものを標語的に説明しようとするれば、「極限概念に基づく数学」というようないい方ができるだろう。例えば、— 多くの読者にとってはすでに、高等学校で学んだように — 放物線 $y = 1 - x^2$ と x 軸 とで囲まれた部分の面積は、その図形を小長方形で限りなく近似していくことにより、それらの極限值として求めることができる。このような、事柄はすでに、ヘレニズム時代のギリシャにおいて、もっと複雑な図形（平面図形の面積ばかりではなく、立体の体積も含めて）に対しても、指導的数学（哲学）者には知られていた。その中で最も高名なのは、シラクサのアルキメデス (BC 287? - 212) であろう。しかし、その彼にしても、極限概念を定式化すること — 単純にいえば $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ を明示的に議論すること — はなかったという（ボイヤー、数学の歴史 2, 1 章, 8）。したがって、この時代には、現在の微分法に相当する考えは全くなかったと見てよい。

微分のような発想にいたるには、数学の対象として静止したものだけでなく、動くもの（運動）を対象として捕らえることが必要であった。このような発想はガリレイ (1564 - 1642) の力学の研究などを通して、徐々に数学を扱う人々の間に浸透していった。

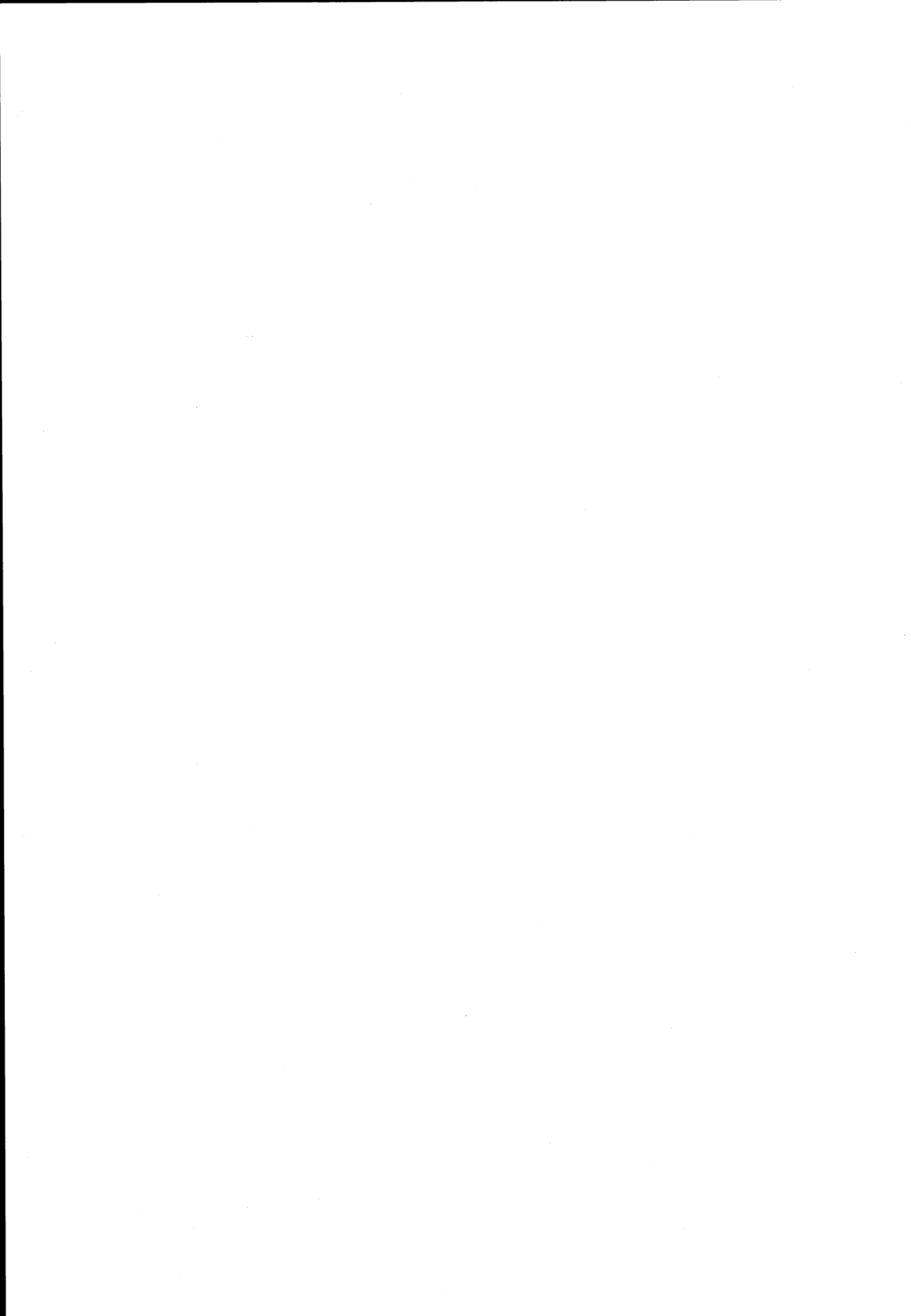
そして、デカルト (1596 - 1650) やフェルマ (1601 - 1665) などの具体的な関数についての研究の蓄積を踏まえて、ニュートン (1642 - 1727) とライプニッツ (1646 - 1716) の微分積分学の基本定理を含む微分積分の「発見」へとつながるのである。この本で取り扱う内容のほとんどは、この頃、すなわち遅くとも 18 世紀の中頃、までには知られていた事柄である。

しかし、本書での取り扱い方は、上に述べたような歴史的発展の順ではない。微分積分学が理工系の高等教育にとり入れられたのは、いつ頃のことかはそう定かではないのだが、それ以来の教育上の歴史に由来している。さらに、近年の高等学校での数学の学習状況をも配慮して編集した。

現代の科学技術を支える多くの数学の基礎である微分積分学を学ぶ一助として、この本が読者の役に立てば幸いである。

2000年9月

著 者



目次

0	初等関数	3
1	三角関数	3
2	べき・対数	7
3	指数・対数関数のグラフ	11
4	三角関数のグラフ	15
5	分数関数と双曲線	19
6	無理関数	22
7	極座標	25
1	関数の極限	29
1	数列と極限	29
2	数列の級数	33
3	写像と関数	35
4	関数の極限	36
5	連続関数	40
6	関数列とベキ級数	43
7	逆関数	45
2	微分法	51
1	微分係数と導関数	51
2	微分の計算 1	52
3	微分の計算 2	57
4	高次導関数	63
5	平均値の定理とテイラーの定理	66
6	不定形の極限值	73
7	関数の極大・極小と凹凸	75
3	積分法 1	81
1	不定積分	81
2	置換積分と部分積分	83
3	いろいろな関数の積分	86

2 目次

4	積分法 2	95
1	定積分	95
2	広義積分	105
3	定積分の応用	108
5	微分方程式	119
1	微分方程式について	119
2	微分方程式 $\frac{dy}{dt} = ky$	121
3	指数関数的成長と減少	122
4	微分方程式 $\frac{dy}{dt} = k(y - a)$	126
5	変数分離形微分方程式	130
6	モデルの修正	131
7	調和振動	132
6	偏微分法	137
1	2変数関数の極限	137
2	偏導関数	140
3	全微分	143
4	合成関数の微分法	144
5	テイラーの定理	147
6	陰関数	151
7	極大・極小	153
7	重積分	159
1	重積分について	159
2	広義積分	165
3	変数変換	167
4	3重積分	174
5	曲面積	178
	解答	187
	付録 公式集	201
	索引	204