ちょっとしたことですが。微積分の逆三角をおしえていたら、また線形代数の授業からの成果です。

1 Fibonacci がここにありました

(i) $\arctan\left(\dfrac{1}{2}\right) + \arctan\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{\pi}{4} = \arctan\left(\dfrac{1}{1}\right)$

(ii) $\arctan\left(\dfrac{1}{3}\right) - \arctan\left(\dfrac{1}{5}\right) = \arctan\left(\dfrac{1}{8}\right)$

(iii) $\arctan\left(\dfrac{1}{5}\right) + \arctan\left(\dfrac{1}{8}\right) = \arctan\left(\dfrac{1}{3}\right)$

(iv) $\arctan\left(\dfrac{1}{8}\right) - \arctan\left(\dfrac{1}{13}\right) = \arctan\left(\dfrac{1}{21}\right)$

(v) $\arctan\left(\dfrac{1}{13}\right) + \arctan\left(\dfrac{1}{21}\right) = \arctan\left(\dfrac{1}{8}\right)$

この関係は "d'Ocagne's identity" (from `http://mathworld.wolfram.com/FibonacciNumber.html`) なのですね。偶数、奇数で進んだり、後ずさりをしますが。

2 逆行列を教えていたら

行列式の展開式でつぎの形が成り立ちます。発端は、2×2 型の展開： $\det\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ から、得られたものです。要素 a, b, c, d を増やし、3×3 型にして、2×2 型の 2 つに分けると、共通の $(2,2)$ 要素が係数に表れます。これは手計算できましたが、4×4 型は Mathematica のお陰です。

2.1 3 次の行列式

$$\det\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \left\{\det\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\det\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - \det\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}\det\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}\right\} \times (b_2)^{-1}$$

2.2 4 次の行列式

4 次の場合であれば

$$\begin{aligned} & \det\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}\det\begin{vmatrix} b_2 & b_3 & b_4 \\ c_2 & c_3 & c_4 \\ d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} - \det\begin{vmatrix} a_2 & a_3 & a_4 \\ b_2 & b_3 & b_3 \\ c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix}\det\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} \\ = \quad & \det\begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}\det\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

が得られます。一般形もあるのでしょう。

「補足」例の連立方程式での解法、クラーメルの公式では、この重複している部分の行列式は、分母分子に表れるからキャンセルし合い出てきません。連立方程式に対する形であれば、もっとスッキリした形です。