研究集会「Regulators in Niseko 2017」

日程：2017 年 9 月 3 日 (日) – 8 日 (金) （初日と最終日は移動日）
場所：ヒルトンニセコビレッジ (北海道虻田郡ニセコ町東山温泉), 3 階「東山」

9 月 4 日 (月)

9:20–10:20：斎藤 毅 (東大), Characteristic cycle of an ℓ-adic sheaf
10:40–11:40：小田部 秀介 (東北大), On a purely inseparable analogue of the Abhyankar conjecture for affine curves
14:00–15:00：中村 健太郎 (佐賀大), 階数 2 の普遍ガロア変形に対するゼータ同型の構成に向けて
15:20–16:20：呼子 笛太郎 (東北大), On a generalization of Frobenius-splitting and a lifting problem of Calabi-Yau varieties
16:40–17:40：郡田 亨 (名大), Deligne–Beilinson cycle maps for Lichtenbaum cohomology

9 月 5 日 (火)

9:20–10:20：落合 理 (阪大), 高階数の p 擬通常的ガロワ変形の岩澤主予想について
10:40–11:40：広瀬 稔 (九大), Enhanced regulators and p-adic L-functions
14:00–15:00：佐藤 信夫 (国立台湾大), Enhancement of Zagier's polylogarithm conjecture
15:20–16:20：杉山 倫 (電機大), Tensor product and K-group of geometric type for reciprocity sheaves

9 月 6 日 (水)

9:20–10:20：坂内 健一 (慶応大), プレクティック混合ホッジ構造について
10:40–11:40：宮谷 和尭 (広島大), Frobenius structure on p-adic hypergeometric differential equations

9 月 7 日 (木)

9:20–10:20：木村 健一郎 (筑波大), Hodge realization of Bloch–Kriz mixed Tate motives via integral of logarithmic forms
10:40–11:40：岩佐 亮明 (東大), Some results on relative K_0 and relative cycle class map
14:00–15:00：山崎 隆雄 (東北大), モジュラス付き曲線の Nori モチーフと Laumon 1-モチーフ
15:20–16:20：宮崎 弘安 (理研/東大), On the obstruction for $\mathbb{A}^1$-homotopy invariance of the higher Chow group with modulus, and its module structure over the ring of Witt vectors
16:40–17:40：斎藤 秀司 (東工大), Rigid analytic K-theory

この研究集会は以下の科学研究費の助成を受けています:
基盤 (C) 15K04769 (朝倉政典), 基盤 (C) 25400007 (大坪紀之), 基盤 (B) 17H02836 (小林真一).

世話人: 朝倉 政典 (北大), 大坪 紀之 (千葉大)

斎藤 毅, Characteristic cycle of an ℓ-adic sheaf.

The characteristic cycle of an ℓ-adic sheaf on a smooth variety over a perfect field is a $\mathbf{Z}$-linear combination of irreducible components of the singular support, defined by Beilinson as a closed conical subset of the cotangent bundle. It is an algebraic analogue of that studied by Kashiwara and Schapira in a transcendental setting. We discuss its functorial property with respect to proper direct image.

小田部 秀介, On a purely inseparable analogue of the Abhyankar conjecture for affine curves.

Let U be an affine smooth curve defined over an algebraically closed field k of positive characteristic $p > 0$. The Abhyankar conjecture (proved by Raynaud and Harbater in 1994) describes the set of finite quotients of Grothendieck's étale fundamental group $\pi_1^{\text{ét}}(U)$. In this talk, I will consider a purely inseparable analogue of this problem, formulated in terms of Nori's profinite fundamental group scheme $\pi^N(U)$ and will give a partial answer to it. Here, the latter fundamental group $\pi^N(U)$ is a profinite k-group scheme which classifies G-torsors over U with G a finite k-group scheme. In positive characteristic case, $\pi^N(U)$ is larger than $\pi_1^{\text{ét}}(U)$ because of the existence of finite local (purely inseparable) torsors. The aim of this work is to estimate the difference between these two fundamental groups for U from the viewpoint of the Inverse Galois Problem.

中村 健太郎, 階数 2 の普遍ガロア変形に対するゼータ同型の構成に向けて.

加藤和也氏による一般化岩澤主予想によれば, 有理数体の絶対ガロア群の p 進表現の任意の族のガロアコホモロジーに対して, ゼータ同型と呼ばれる標準的な基底が存在することが予想されている. ゼータ同型はオイラー系の存在と密接に関係しており, 現在までに, 階数 1 のガロア表現の族の場合 (円単数のオイラー系を用いて定義される) と, 楕円保型形式に付随するガロア表現の円分変形の場合 (加藤氏のオイラー系を用いて定義される), さらには楕円保型形式の肥田族に付随するガロア表現の場合 (加藤–深谷氏による最近の結果) などに構成されている. 今回の話では, 加藤-深谷氏の結果を少し改良したものと, モジュラー曲線の完備コホモロジーと p 進局所ラングランズ対応との関係に関する Caraiani–Emerton–Gee–Geraghty–Paskunas–Shin らの結果を用いて, 階数 2 の普遍ガロア変形の場合にゼータ同型を構成するアイデアについて話したい.

呼子 笛太郎, On a generalization of Frobenius-splitting and a lifting problem of Calabi–Yau varieties.

In this talk, we introduce a notion of Frobenius-splitting height which quantifies Frobenius-splitting varieties and show that a Calabi–Yau variety of finite height over an algebraically closed field of positive characteristic admits a flat lifting to the ring of Witt vectors of length two.

郡田 亨, Deligne–Beilinson cycle maps for Lichtenbaum cohomology.

The theorem of Abel and Jacobi on the divisor class groups of smooth projective algebraic curves has been generalized to various contexts. Samuel's idea of characterizing the Abel–Jacobi map as a universal map in the class of regular homomorphisms extends to the context of motivic and Lichtenbaum (aka etale motivic) cohomology over any algebraically closed field.

In this talk, we focus on the situation over the field of complex numbers, where classically, the Abel–Jacobi map was a restriction of the Deligne–Beilinson cycle map. Rosenschon and Srinivas extended the Deligne–Beilinson cycle map to Lichtenbaum cohomology of smooth quasi-projective complex varieties and studied its properties. We further extend the cycle map to etale motivic cohomology with compact supports of arbitrary complex algebraic varieties by eh topological method. With this formulation, for example, analogues of the Abel–Jacobi theorem and the Lefschetz $(1,1)$-theorem hold for any complex variety.

落合 理, 高階数の p 擬通常的ガロワ変形の岩澤主予想について.

多変数の変形環上で定義された高階数のガロワ変形に対する岩澤主予想への Euler 系や Kolyvargin 系を用いたアプローチについて説明したい. 特に, Coleman 写像あるいは Perrin-Riou レギュレーター写像と呼ばれる理論, 高階数のガロワ変形に対する Euler 系の理論を組み合わせて得られる結果を紹介する. 時間が許せば, 2 つの楕円モジュラー肥田変形の Rankin–Selberg 積として得られる 3 変数で階数 4 のガロワ変形を論じたい. この研究は Kâzim Büyükboduk 氏との共同研究である.

広瀬 稔, Enhanced regulators and p-adic L-functions.

数論的な L 関数の特殊値に関する非常に一般的な予想として, Beilinson 予想や同変玉河数予想などが知られている. Enhancement とは, これらの予想を更に精密化しようとする試みの一つである. 本講演では最初に enhancement の背景について概説する. 次にその特別な場合として Gross–Stark 予想の enhancement を紹介する.

佐藤 信夫, Enhancement of Zagier's polylogarithm conjecture.

(一般化された) Zagier 予想は代数体の部分ゼータ関数の特殊値と, Bloch 群の polylog レギュレーターの間の等式である. Zagier–Gangl は虚二次体の不分岐アーベル拡大の場合に強化部分ゼータ値と強化 polylog レギュレーターを構成し, Zagier 予想を $\mathbb{C}/\mathbb{Q}(m)$ 値の等式に精密化する強化 Zagier 予想を定式化した. 講演者は新谷 L 関数の理論を用いて強化ゼータ値の別構成を与え, 強化 Zagier 予想を虚二次体の一般のアーベル拡大に拡張した. 講演者の方法は, 複素素点が 1 つの代数体に一般化出来る. これらについて解説する.

杉山 倫, Tensor product and K-group of geometric type for reciprocity sheaves.

Kahn–山崎–斎藤により定義された (SC-) Reciprocity 層のテンソル積について, ある種の K-群による記述を紹介する. Kahn–山崎や Ivorra–Rülling の先行研究との関係をいくつかの具体的な計算例を通して説明し, モジュラス付き 0-サイクルのチャウ群への応用について話す.

坂内 健一, プレクティック混合ホッジ構造について.

$g > 0$ を整数とする. g プレクティック混合ホッジ構造は, 混合ホッジ構造の拡張として Nekovář と Scholl によって提唱された. この講演では, プレクティック混合ホッジ構造の圏の定義と, この圏の対象の具体的記述について述べる. また, この圏における Ext 群を計算する複体を構成する. 時間が許せば, コホモロジーにプレクティック混合ホッジ構造をいれられる代数多様体の例をあげる. この研究は, 小林真一氏, 萩原啓氏, 山田一紀氏, 山本修司氏, 安田正大氏との共同研究として進めている.

宮谷 和尭, Frobenius structure on p-adic hypergeometric differential equations.

The notion of Frobenius structure on p-adic differential equations is a fundamental object which connects the theory of linear differential equations and the number theory. It is, however, difficult in general to construct a Frobenius structure on a given p-adic differential equation. In this talk, we discuss the existence of Frobenius structures on the p-adic hypergeometric equations.

木村 健一郎, Hodge realization of Bloch–Kriz mixed Tate motives via integral of logarithmic forms.

Bloch and Kriz constructed a candidate of the category of mixed Tate motives (MTM). They define MTM as the category of graded comodules over a certain graded Hopf algebra constructed from algebraic cycles. The motivation of our work with M. Hanamura and T. Terasoma is to understand the Hodge realization functor of MTM in terms of integral of logarithmic differential forms. I will outline the construction of the Hodge realization and explain the case of polylogarithms in some detail.

岩佐 亮明, Some results on relative K_0 and relative cycle class map.

I will explain some results on relative K_0 of exact categories and triangulated categories. As an application, we construct a cycle class map from Chow groups with modulus to relative K_0.

山崎 隆雄, モジュラス付き曲線の Nori モチーフと Laumon 1-モチーフ.

Nori による普遍アーベル圏の構成をモジュラス付き曲線と de Rham 実現関手に適用することで Laumon 1-モチーフの圏が得られることを説明する．当初は基礎体が有理数体に限定されていたが, 最近それを代数体に一般化できたことを紹介したい．また, 時間が許せば高次元のモジュラス付き多様体に関する進行中の研究についても触れる．(F. Ivorra 氏との共同研究)

宮崎 弘安, On the obstruction for $\mathbb{A}^1$-homotopy invariance of the higher Chow group with modulus, and its module structure over the ring of Witt vectors.

One of the features of the higher Chow group with modulus is that it does not satisfy $\mathbb{A}^1$-homotopy invariance. In this talk, I introduce the nilpotent higher Chow group with modulus, which measures the difference from $\mathbb{A}^1$-homotopy invariance. I will prove the existence of a (continuous) module structure on it over the ring of Witt vectors of the base field. As an application, we obtain several vanishing results of the nilpotent higher Chow group with modulus.

斎藤 秀司, Rigid analytic K-theory.

Let K be a field with a complete non-archimedean absolute value $|\cdot|$ and $R = \{x \in K \mid |x| \leq 1\}$ and fix $\pi \in R$ with $|\pi| < 1$. Let $\mathcal{X}$ be a (formal) scheme over R and write $\mathcal{X}_n = X \otimes_R R/(\pi^{n+1})$ for $n \geq 0$. The *continuous* K-groups of $\mathcal{X}$ are defined as

$$K_i^{cont}(\mathcal{X}) := \varprojlim_n K_i(\mathcal{X}_n) \quad (i \in \mathbb{Z}),$$

where $K_i(\mathcal{X}_n)$ are the algebraic K-groups of $\mathcal{X}_n$. Thanks to works of Bloch–Esnault–Kerz and Morrow, the Hodge conjecture for abelian varieties has been reduced to an algebrization problem for $K_0^{cont}(\mathcal{X})$ (in case $R = \mathbb{C}[[t]]$).

In this talk I explain a joint work with Moritz Kerz and Georg Tamme on a newly developed theory of analytic K-theory $KH_i^{\mathrm{an}}(X)$ for rigid spaces X over K. The construction is done by "pro-homotopization" and "analytic Bass delooping" of BGL for affinoids, and its globalization using descent for admissible coverings. I will explain a relation of $KH_i^{\mathrm{an}}(X)$ with $K_i^{cont}(\mathcal{X})$ for a formal model $\mathcal{X}$ of X over R. I will also explain a natural isomorphism $K_0(X) \simeq KH_0^{\mathrm{an}}(X)$ for a regular affinoid X.