ホモロジー代数学正誤表

(2011 年 12 月 20 日版)

● p.i (「はじめに」の最初のページ) 下から 9 行目

誤: 森田康夫『代数概論』培風館

正: 森田康夫『代数概論』裳華房

● p.v (目次) 下から 4 行目と 5 行目の間に，次の行を追加する．

追加:

● p.5 4〜10 行目

4 箇所登場する L はすべて N の間違いです．つまり，

4 行目: 誤: $g(y_1)$,. . ., $g(y_m)$ は L の　　正: $g(y_1)$,. . ., $g(y_m)$ は N の

6 行目: 誤: $g(y_{l+1})$,. . ., $g(y_m)$ が L の　　正: $g(y_{1+1})$,. . ., $g(y_m)$ が N の

10 行目: 誤: $g_(y_{l+1})$,. . ., $g(y_m)$ は L の基底になり，$\dim_k L = m - l$

正: $g_(y_{l+1})$,. . ., $g(y_m)$ は N の基底になり，$\dim_k N = m - l$

● p.34 下から 5 行目

誤: 定義 1.3.1(4) より，

正: 命題 1.2.6(4) より，

● p.50 下から 6〜5 行目

誤: であるとか，**次数を** k **シフトする準同型写像**であるという．このとき，$f^n = f|_{B^n} : B^n \to C^{n+k}$ として f^n を定める．

正: であるという．このとき，$f^n = f|_{B^n} : B^n \to C^{n+k}$ として f^n を定める．0 次の準同型写像を単に**準同型写像**という．

● p.50 下から 2 行目

以下の部分をゴチック体 (太文字) にして下さい．

次数を k だけシフトして得られる次数付き加群

● p.53 2〜3 行目

誤: $f\colon B \to C$ が微分を持つ次数付き加群の準同型写像であることをいう．

正: $f\colon B \to C$ が微分を持つ次数付き加群の (特に断らない限り 0 次の) 準同型写像であることをいう．

● p.55 下から 8 行目

誤: $0 \longrightarrow H_n(C) \longrightarrow \operatorname{Coker} d_{n-1} \xrightarrow{\widetilde{d_n}} \operatorname{Ker} d_{n-1} \longrightarrow H_{n-1}(C) \longrightarrow 0$

正: $0 \longrightarrow H_n(C) \longrightarrow \operatorname{Coker} d_{n+1} \xrightarrow{\widetilde{d_n}} \operatorname{Ker} d_{n-1} \longrightarrow H_{n-1}(C) \longrightarrow 0$

● p.56 下から 3 行目

誤: はコホモロジー複体の完全系列とする．

正: は完全系列とする．ただし，f, g は 0 次の準同型とする．

● p.57 演習問題 2.2 の 5 行目

誤: また，$d^0\colon \mathbb{C}^0 \to C^1$, $d^1\colon \mathbb{C}^1 \to C^2$ は

正: また，$d^0\colon C^0 \to C^1$, $d^1\colon C^1 \to C^2$ は

● p.67 10 行目, 12〜14 行目

文字 x_j と m が別の意味に使われていたため混乱していました．m を l, x_j を z_j と書き直して下さい．あと，写像 h の定義の記述を補足します．

10 行目 誤: したがって，$x = b_1x_1 + \cdots + b_mx_m$ $(\exists b_j \in \mathfrak{a})$ と

10 行目 正: したがって，$x = b_1z_1 + \cdots + b_lz_m$ $(\exists b_j \in \mathfrak{a}, \exists z_j \in K)$ と

12 行目〜14 行目 誤:

$$x = a_1 \sum_{j=1}^{m} c_{j1} x_j + \cdots + a_n \sum_{j=1}^{m} c_{jn} x_j = a_1 e_1 + \cdots + a_n e_n$$

である．そこで，

$$h\bigl(\alpha_1 e_1 + \cdots + \alpha_n e_n\bigr) = \alpha_1 \sum_{j=1}^{m} c_{j1} x_j + \cdots + \alpha_n \sum_{j=1}^{m} c_{jn} x_j$$

12 行目〜14 行目 正:

$$x = a_1 \sum_{j=1}^{l} c_{j1} z_j + \cdots + a_n \sum_{j=1}^{l} c_{jn} z_j = a_1 e_1 + \cdots + a_n e_n$$

である．そこで，$e \in E - \{e_1, \ldots, e_n\}$ のとき $h(e) = 0$,

$$h\bigl(\alpha_1 e_1 + \cdots + \alpha_n e_n\bigr) = \alpha_1 \sum_{j=l}^{l} c_{j1} z_j + \cdots + \alpha_n \sum_{j=1}^{l} c_{jn} z_j$$

● p.67 下から 7 行目

誤: $h' \colon P \to K$

正: $h' \colon F \to K$

● p.70 下から 8 行目

誤: $F_L \xrightarrow{\subset} F \xrightarrow{\pi_M} M$

正: $F_L \xrightarrow{\subset} F \xrightarrow{\pi} M$

● p.71 下から 7〜26 行目

11 行目の $0 \to K_0 \to F_L \to M \to 0$ は $F_L \to M$ が全射でないので完全系列になりません．そこで，7 行目以降の証明を次のものに差し替えて下さい．

[差し替え原稿]

$\lambda = (L, K) \in \Lambda$ をとる．$L = \{e_1 = (x_1, n_1), \ldots, e_l = (x_l, n_l)\}$ とし，e_i の K を法とする同値類を $\overline{e_i} \in P_\lambda = F_L/K$ とすると，L は F_L の基底だから，$\left\{\overline{e_1}, \ldots, \overline{e_l}\right\}$ は $P_\lambda = F_L/K$ の生成系になる．有限生成 R-加群 K の生成系を $y_1, \ldots, y_r$ とし，$y_i = a_{i1}e_1 + \cdots + a_{il}e_l$ $(\exists a_{ij} \in R)$ と表示する．完全系列 $0 \to \operatorname{Ker}\pi \xrightarrow{\iota} F \xrightarrow{\pi} M \to 0$ に補題 3.2.10 を適用すると，ある R-準同型 $h\colon F \to \operatorname{Ker}\pi$ で $h(y_i) = y_i$ $(\forall i = 1, \ldots, r)$ を満たすものが存在する．必要なら F の基底から有限個の $e_{l+1}, \ldots, e_m$ を追加して，$e_j - h(e_j) = b_{j1}e_1 + \cdots + b_{jm}e_m$ $(\exists b_{jk} \in R)$ と表示することができる．

$$0 = y_i - h(y_i) = \sum_{j=1}^{l} a_{ij}(e_j - h(e_j)) = \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{l} a_{ij}b_{jk}e_k$$

なので，$a_{i1}b_{1k} + \cdots + a_{il}b_{lk} = 0$ である．よって，$g(\overline{e_j}) = b_{j1}e_1 + \cdots + b_{jm}e_m$ によって，$g\colon P_\lambda \longrightarrow R^{\oplus m} = Re_1 \oplus \cdots \oplus Re_m$ を矛盾なく定義できる．

$e_i = (x_i, n_i)$ $(i = 1, \ldots, m)$ のとき，$n'_1, \ldots, n'_m \in \mathbb{N} - \{n_1, \ldots, n_l\}$ を相異なる自然数とし，

$$L' = L \cup \left\{e'_1 = (x_1, n'_1), \ldots, e'_m = (x_m, n'_m)\right\}$$

とおく．$\psi\colon F_{L'} \twoheadrightarrow R^{\oplus m}$ を，$\psi(e'_j) = e_j$，$\psi(e_j) = g(\overline{e_j})$ で定める．

$K' = \operatorname{Ker}\psi$ とおく．$0 \to K' \to F_{L'} \to R^{\oplus m} \to 0$ は命題 3.2.2 より split する．K' は $F_{L'}$ の像になるから有限生成である．$\lambda' = (L', K') \in \Lambda$ とおく．$P_{\lambda'} := F_{L'}/K' \cong R^{\oplus m}$ なので，$\lambda' \in \Lambda_0$ である．$a_{i1}b_{1k} + \cdots + a_{il}b_{lk} = 0$ より $\psi(y_i) = 0$ である．よって，$\psi(K) = 0$ で，$K \subset K'$ がわかり，$\lambda \leqq \lambda'$ が得られる． $\square$

● p.74 下から 1〜2 行目および p.75 1〜3 行目

定理 3.3.7(1) の証明を以下のように修正して下さい．

誤: だ 1 つだけ存在するので，$f(b) = a$ で定まる単射 (c^{-1} 倍写像) $f\colon cR \longrightarrow R$ が矛盾なく定義できる．特に，$f(c) = 1$ である．

正: だ 1 つだけ存在するので，$g(b) = ax$ として $g\colon cR \to I$ を定義する．特に，$g(c) = x$ である．また，$f\colon cR \longrightarrow R$ は包含写像とする．

誤: $g(a) = ax$ で定義される $g\colon cR \to I$ に対し，$g = h \circ f$ を満たす $h\colon R \to I$ が存在する．$cx = g(c) = h(f(c)) = h(1)$ なので，$y = h(1) \in I$ とおけば，$cx = y$ が成り立ち，I は分割可能である．

正: I は移入的だから，$g = h \circ f$ を満たす $h\colon R \to I$ が存在する．$y = h(1) \in I$ とおけば，$cy = ch(1) = h(c) = h(f(c)) = g(c) = x$ が成り立ち，I は分割可能である．

● p.82 14 行目

誤: P の最小性は成立せず，projrctive

正: P の最小性は成立せず，projective

● p.83 8〜9 行目

以下の間違いが 2 ケ所あります

誤: $\overline{\iota_\lambda}(E_R(M_\lambda))$

正: $\overline{f_\lambda} \circ \overline{\iota_\lambda}(E_R(M_\lambda))$

● p.90 3〜4 行目

誤: $\varepsilon = h \circ f$ を満たす．そこで，$\varepsilon = h \oplus (\varepsilon \circ g)$

正: $\varepsilon_L = h \circ f$ を満たす．そこで，$\varepsilon_M = h \oplus (\varepsilon_N \circ g)$

● p.90 定理 3.6.1 の証明の最後から 3〜2 行目

誤: 上で ε_0 を構成したように d_M^{n+1} を構成すれば，

正: 上で ε_M を構成したように δ_M^{n+1} を構成すれば，

● p.104 2 行目

誤: $\iota_M\colon L \to L \oplus M$ を自然な単射 $(\iota(x) = (x, 0),\ \iota(y) = (0, y))$ とし，

正: $\iota_M\colon M \to L \oplus M$ を自然な単射 $(\iota_L(x) = (x, 0),\ \iota_M(y) = (0, y))$ とし，

● p.127 命題 5.1.3. の 3 行目の (2) の行

誤: $F^{n+1}(F^n) = 0.$

正: $F^{n+1}(E^n) = 0.$

● p.131 下から 8 行目

誤: 添え字がごちゃごちゃするので，始めて読む方は飛ばしてよい．

正: 添え字がごちゃごちゃするので，初めて読む方は飛ばしてよい．

● p.132 2 行目

誤: $J_2 = K_2 = \{(i, j) \in \mathbb{Z}^2 \mid i + j = n,\ i \leqq m - r,\ i \neq l\}$

正: $J_2 = K_2 = \{(i, j) \in \mathbb{Z}^2 \mid i + j = n,\ i \neq l,\ i \leqq \max\{m - r, l - 1\}\}$

● p.136 下から 8 行名．定理 5.2.3 の証明の 1 行目

誤: 補題 5.2.2 を $l = q$,

正: 補題 5.2.2 を $l = p$,

● p.137 節の見出し「5.3. スペクトル系列の構成」の次の行

誤: 複体とそのフルターづけから，

正: 複体とそのフィルターづけから，

● p.138 10 行目

誤: $d(x) \in F^{p+r}(A^{p+r+1}) = A^{p+r,q-r+1}\}$

正: $d(x) \in F^{p+r}(A^{p+q+1}) = A^{p+r,q-r+1}\}$

● p.138 11 行目

誤: $d(A_r^{p-r,q+r-1}) \cap A^{p,q}$

正: $d(A^{p-r,q+r-1}) \cap A^{p,q}$

● p.138 下から 11 行目

下のように, 右端に ① を追加して下さい.

$$A^{p+1,q-1} \subset A^{p,q}, \quad Z_{r-1}^{p+1,q-1} \subset Z_r^{p,q}, \qquad ①$$

$$\cdots \subset B_{r-1}^{p,q} \subset B_r^{p,q} \subset \cdots \subset B_\infty^{p,q} \subset Z_\infty^{p,q} \subset \cdots \subset Z_r^{p,q} \subset Z_{r-1}^{p,q} \subset \cdots \quad ②$$

● p.140 7 行目

下のように, $B_{r-1}^{p+r,q-r+1}$ を $B_{r-1}^{p-r,q+r+1}$ に修正して下さい.

$$\mathrm{Im}\left(d_r^{p-r,q+r-1} \colon \frac{Z_r^{p-r,q+r-1}}{Z_{r-1}^{p-r+1,q+r-2} + B_{r-1}^{p-r,q+r+1}} \longrightarrow \frac{Z_r^{p,q}}{Z_{r-1}^{p+1,q-1} + B_{r-1}^{p,q}} \right)$$

● p.140 9〜11 行目 (4) の証明

もとの説明を，次のように改良します.

改良前:

(4) $A^{p+1,q-1} = F^{p+1}(A^{p+q}) \subset F^p(A^{p+q}) = A^{p,q}$ と $Z_{r+1}^{p,q}$, $Z_{r-1}^{p+1,q-1}$ の定義より，$Z_{r+1}^{p,q} \cap Z_{r-1}^{p+1,q-1} = Z_r^{p+1,q-1}$ であることに注意する．さらに，$B_{r-1}^{p,q} \subset B_r^{p,q} \subset Z_{r+1}^{p,q}$ と (2) より，

改良後:

(4) $B_r^{p,q} \subset Z_{r+1}^{p,q}$ である．また，(2) より，$Z_{r+1}^{p,q} \cap Z_{r-1}^{p+1,q-1} = Z_r^{p+1,q-1}$ である．これらに注意し，$L = Z_{r+1}^{p,q}$, $M = Z_{r-1}^{p+1,q-1} + B_r^{p,q}$ とおいて命題 1.2.6(3) を使うと，(3) より，

● p.141 6〜7 行目 (8) の証明

もとの証明が不明瞭なので，改良します．

改良前:

(8) $F^0(A) = A$, $F^{n+1}(A^n) = 0$ ($\forall n \geqq 0$) が成り立てば，$F^0(E^n) = E^n$, $F^{n+1}(E^n) = 0$ なので，スペクトル系列は第 1 象限にある．

改良後:

(8) $p_1 = 0$, $p_2 = n+1$, $r = 2$ として (5) の証明を読み直せ．「$r > p_2 - p$ ならば $E_r^{p+r,q-r+1} = 0$」は,「$q < 0$ ならば $E_2^{p,q} = 0$」を意味する．

● p.141 8 行目

誤: $B_0^{p,q} = d(A^{p,q})$,

正: $B_0^{p,q} = d(A^{p,q-1})$,

● p.166 最下行

誤: derives functor) と位置づけている．

正: derived functor) と位置づけている．

● p.195 9 行目

誤: ($\delta'_{i,j} = \mathrm{id}_{P_j} \otimes \mathrm{id}_{Q_i}$) は完全系列になる．

正: ($\delta'_{i,j} = \mathrm{id}_{P_j} \otimes \delta'_i$) は完全系列になる．

● p.316 下から 8 行目

誤: ここで，R が locall Gorenstein ならば

正: ここで，R が locally Gorenstein ならば

● p.336 10 行目

誤: 森田康夫『代数概論』培風館

正: 森田康夫『代数概論』裳華房

● p.336 17 行目

誤: [EJ] (中略) 『Relatice Homological Algebra』

正: [EJ] (中略) 『Relative Homological Algebra』

お礼. みんなで正誤表 http://public-errata.appspot.com も参考にさせて頂きました.