代数曲線・代数曲面入門 (第２版) 正誤表

(2017 年 2 月 25 日版)

注意！ (1) 以下は**第２版**用の正誤表です．初版・新装版用の正誤表は，別に用意されています．

(2) 誤植以外に，著者が第 2 刷でに改良したいと考えている事項も含まれています．(例えば，セミナーで私が補足説明しないと学生が理解できなかったところなど)

● 目次

目次のページ番号の中で，以下の 24 個のページ番号が間違っていました．

2.1.4 正則関数と有理関数　30 → 31

2.2.4 有限写像　55 → 56

2.3. 射影代数多様体　58 → 59

2.4.2 代数多様体の局所環　66 → 67

2.5.2 ザリスキー接空間　79 → 80

3.6. 楕円曲線　135 → 136

4.3.3 標準因子　205 → 206

5.3.5 ブロー・アップと交点数　244 → 245

5.4.3 セールの双対定理　250 → 251

5.4.4 ホッジの指数定理　258 → 259

5.4.4b ザリスキー分解　269 → 260

5.5.6 アンプル判定法　274 → 275

6.1.6 直積空間のホモロジー群　296 → 297

6.1.9 カップ積　298 → 299

6.3.3 スペクトル系列の構成　329 → 330

6.4. 可微分多様体　340 → 341

6.5.3 ドルボー・コホモロジー　346 → 347

6.9.2 小平・スペンサー写像　374 → 375

6.10.1 特性巾級数　384 → 385

6.10.3 チャーン類　387 → 388

6.10.4 スティーフェル・ホイットニー類　391 → 392

7.8. K3 曲面　　471 → 472
7.10.2 多重標準写像　　489 → 490
7.10.7 $\mathbb{P}(\mathcal{E})$ 再論　　503 → 504

● 第 1 章

● p.8, 15 行目
誤: $L = \{(X : Y : Z) \in \mathbb{P}^3 \mid aX + bY + cZ = 0\}$
正: $L = \{(X : Y : Z) \in \mathbb{P}^2 \mid aX + bY + cZ = 0\}$

● p.16, 11 行目
誤: 一般に，S が環で I が S のイデアルのとき，
正: 一般に，R が環で I が R のイデアルのとき，

● p.18, 定理 1.2.4 の証明
以下の証明と差し替えて下さい．こっちのほうが明解です．

証明.* 厳密な証明には，後で説明する定理 2.2.20 が必要であるが，話の都合上，それを利用して説明する．

$\mathfrak{m}$ が極大イデアルのとき，$K = \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m}$ は体である．$\psi: \mathbb{C}[X, Y] \twoheadrightarrow \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする．$\psi(\mathbb{C})$ は $\mathbb{C}$ と同型な K の部分体なので，$\psi(\mathbb{C})$ と $\mathbb{C}$ を同一視して $\mathbb{C} \subset K$ と考える．

K は $\mathbb{C}$ 上 $\psi(X)$ と $\psi(Y)$ で生成される有限生成な整域である．$K = R$ として定理 2.2.20 を使うと，K は体なので $\mathrm{tr.deg}_{\mathbb{C}} Q(R) = \mathrm{Krull}\dim R = 0$，つまり，$K$ は $\mathbb{C}$ 上代数的であることがわかる．$\mathbb{C}$ の代数拡大体は $\mathbb{C}$ 以外にないから，$K = \mathbb{C}$ である．そこで，$a = \psi(X)$, $b = \psi(Y) \in K = \mathbb{C}$ とおけば，$\psi(X - a) = \psi(Y - b) = 0$ だから，$(X - a, Y - b) \subset \mathrm{Ker}\,\psi = \mathfrak{m}$ である．$(X - a, Y - b)$ は $\mathbb{C}[X, Y]$ の極大イデアルだから，$(X - a, Y - b) = \mathfrak{m}$ である．　□

● p.25 下から 10 〜 9 行目
誤: $I = (f_1, \ldots, f_r)$ とか $Rf_1 + \cdots + Rf_r$ とか $\displaystyle\sum_{i=1}^{r} Rf_i$ とか $\displaystyle\sum_{i=1}^{r} f_i R$ と書き，
正: $I = (f_1, \ldots, f_r)$ とか $Sf_1 + \cdots + Sf_r$ とか $\displaystyle\sum_{i=1}^{r} Sf_i$ とか $\displaystyle\sum_{i=1}^{r} f_i S$ と書き，

● p.25 下から 5 行目

誤: 座標環 S/I が整域であるとき,

正: 座標環 R が整域であるとき,

● 第 2 章

● p.29 定理 2.1.7 の証明

本文の証明を改良しました.

証明.* (1) $\mathfrak{m}$ は $S = \mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n]$ の極大イデアルとし，$\psi\colon S \twoheadrightarrow S/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする.

K は $\mathbb{C}$ 上 $\psi(X_1),\ldots, \psi(X_n)$ で生成される有限生成な整域である．$K = R$ として定理 2.2.20 を使うと，K は体なので $\operatorname{tr.deg}_{\mathbb{C}} Q(R) = \operatorname{Krull\,dim} R = 0$，つまり，$K$ は $\mathbb{C}$ 上代数的であることがわかる．$\mathbb{C}$ は代数閉体だから，$K = \mathbb{C}$ である.

そこで，$a_i = \psi(X_i)$ とおき $\mathfrak{M} = (X_1 - a_1,\ldots, X_n - a_n)$ とおく．$\psi(X_i - a_i) = 0$ だから，$\mathfrak{M} \subset \operatorname{Ker} \psi = \mathfrak{m}$ である．$\mathfrak{M}$ は S の極大イデアルだから，$\mathfrak{M} = \mathfrak{m}$ である.

(2) の証明は，定理 1.2.5 の証明と同様である. □

● p.39 命題 2.1.25a の証明の 5 行目

誤: $P \in D(f_1) \cup \cdots \cup D(f_k)$ で $k < i \leqq r$ に対しで

正: $P \in D(f_1) \cap \cdots \cap D(f_k)$ で $k < i \leqq r$ に対して

● p.40 命題 2.1.28a の証明の 5 〜 7 行目

$\displaystyle\bigcap_{j=1}$ を $\displaystyle\bigcap_{j=1}^{s}$ に修正し (2 ケ所), T_i を T に修正 (2 ケ所) して下さい．結局，以下のようになります.

が成り立つ．逆に，$S_i := \displaystyle\bigcap_{j=1}^{s} R[1/f_i g_j]$ の元は，$x = h_1/f_i^n g_1^{m_1} = \cdots = h_s/f_i^n g_s^{m_s}$ と書けるので，ある $y_i \in \displaystyle\bigcap_{j=1}^{s} R[1/g_j] =: T$ により，$x = y_i/f_i^n$ と書ける．よって，$R[1/f_i] \cdot T \supset S_i$ である.

● p.41 命題 2.1.31(3)(補足)

修正前: (3)　$V(I) = V(\sqrt{I})$, $D(I) = D(\sqrt{I})$ である.

修正後: (3)　R が座標環で整域のとき，$V(I) = V(\sqrt{I})$, $D(I) = D(\sqrt{I})$ である.

● p.43 定理 2.1.34 の証明の最後の 3 行 (補足説明)

$$\mathfrak{p}_i \supset \sqrt{I} = \sqrt{\mathfrak{q}'_1} \cap \cdots \cap \sqrt{\mathfrak{q}'_m} = \mathfrak{p}'_1 \cap \cdots \cap \mathfrak{p}'_s$$

より，ある j が存在し，$\mathfrak{p}_i \supset \mathfrak{p}'_j$ となる．
という部分の証明を補足します．

もし，任意の j に対して $\mathfrak{p}_i$ に含まれない $x_j \in \mathfrak{p}'_j$ が存在すれば，$x_1 \cdots x_s \in \mathfrak{p}'_1 \cap \cdots \cap \mathfrak{p}'_s \subset \mathfrak{p}_i$ であるが，$\mathfrak{p}_i$ は素イデアルなので，ある j に対して $x_j \in \mathfrak{p}_i$ となり矛盾する．よって，$\mathfrak{p}'_j$ は $\mathfrak{p}_i$ に含まれる．

● p.46 定理 2.2.3(4) の 2 行目

誤: このとき，

正: このとき，J が素イデアルならば，

また，p.46 〜 47 の証明で，(10) の証明を (3) と (4) の間に配置して下さい．(10) を (4) と (8) の証明で用いています．

● p.47 定理 2.2.3(2) の証明

下記の原稿と差し替えます．(もとの証明がきたないので)

[差し替え原稿]

(2) $S = R - \mathfrak{p}$ とし，$x \in R_\mathfrak{p} - \mathfrak{p}R_\mathfrak{p}$ とする．ある $r, s \in S$ により $x = r/s$ と書ける．すると，$s/r \in R_\mathfrak{p}$ であり，$(r/s)(s/r) = 1$ となる．よって，x は $R_\mathfrak{p}$ の可逆元である．

さて，もし，$\mathfrak{p}R_\mathfrak{p} \subsetneqq I \subsetneqq R_\mathfrak{p}$ を満たす $R_\mathfrak{p}$ にイデアル I が存在すれば，上の考察から I は $R_\mathfrak{p}$ の可逆元を 1 個以上含む．すると，$I = R_\mathfrak{p}$ となり矛盾する．よって，$\mathfrak{p}R_\mathfrak{p}$ は $R_\mathfrak{p}$ の極大イデアルである．

また，$\mathfrak{p}R_\mathfrak{p}$ 以外の極大イデアル $\mathfrak{m}$ が存在したと仮定すると，同様に，$\mathfrak{m}$ は $R_\mathfrak{p}$ の可逆元を 1 個以上含み，$\mathfrak{m} = R_\mathfrak{p}$ となり矛盾する．

● p.47 定理 2.2.3(9) の証明

下記の原稿と差し替えます．(もとの証明が不親切なので)

[差し替え原稿]

(9)　上の議論から，$J \subset \mathfrak{p}$ であるような R の素イデアルと，$R_\mathfrak{p}$ の素イデアル I が，$I = JR_\mathfrak{p}, J = I \cap R$ という対応で 1 対 1 に対応している．このことと，クルル次元，高さの定義からすぐわかる．　□

● p.47 の末尾．

以下の説明を追加します.

[追加原稿]

また，R が整域でない可換環の場合でも，$\eta\colon R \to R_{\mathfrak{p}}$ を $\eta(f) = f/1$ で定め，$I \cap R$ を $\eta^{-1}(I)$ と読み替えれば，上の定理はすべて成立する.

● p.49 定理 2.2.7 への補足説明

定理 2.2.7 の証明中で次の事実を用いています．ほとんどの読者の皆様はご存知と思いますが.

命題 2.2.6b. $(R, \mathfrak{m})$ は局所環とする．このとき，$\mathfrak{m}$ に属さない R の元 x は可逆元である．つまり，R 内に x の逆元 $1/x$ が存在する.

証明. x が R 内に逆元を持たなければ，単項イデアル (x) は R とは一致しない. (x) を含む極大イデアルが存在するが，それは $\mathfrak{m}$ しかなく，$x \in \mathfrak{m}$ となる. □

● p.50 系 2.2.8 の証明への補足説明

証明の最後から 2 行目の $\mathfrak{m}M = M$ の $\mathfrak{m}M \supset M$ の部分の証明は必ずしも自明ではありません．Artin-Rees の補題 ([永田] p.74 定理 3.0.6, [松村] p.71 定理 8.5 等参照) を使うか，ちょっとした議論が必要です．それを証明の中に書き込むと以下のようになります.

証明. I を含む極大イデアル $\mathfrak{m}$ を取る．$I \subset \mathfrak{m}R_{\mathfrak{m}}$ なので，最初から $(R, \mathfrak{m})$ を局所整域と仮定して，$\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n = 0$ を示せばよい．$M = \displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n$ とする．$\mathfrak{m}M = M$ を示す．$\mathfrak{m}M \subset M$ は自明.

$\mathfrak{m}M \supset M$ を示そう．$\mathfrak{m} = (a_1, \ldots, a_s)$ と書ける．多項式環 $S = R[X_1, \ldots, X_s]$ を考え，自然な準同型写像 $\varphi\colon S \to R$ を $\varphi(X_i) = a_i$ で定める.

$$S_n = \{ f \in S \mid f \text{ は } n \text{ 次斉次多項式} \} \cup \{0\},$$
$$J_n := \{ f \in S_n \mid \varphi(f) \in \mathfrak{m}^n \cap M \}$$

とし，$J = \displaystyle\bigcup_{n \in \mathbb{N}} J_n$ とおく．J は S のイデアルなので，$J = (f_1, \ldots, f_s)$ と書ける. $d_i = \deg f_i$, $n_0 = \max\{d_1, \ldots, d_s\}$ とする．$\varphi(S_n) = \mathfrak{m}^n$ に注意する.

勝手な $b \in M$ を取る．$n = n_0 + 1$ とすると，$b \in \mathfrak{m}^n$ なので，$\varphi(g) = b$ となる $g \in S_n$ が存在する．$g = h_1 f_1 + \cdots + h_s f_s$ ($h_i \in S$ はある $(n - d_i)$ 次斉次式) と書ける.

$$b = \varphi(g) = \sum_{i=1}^{s} \varphi(h_i)\varphi(f_i) \in \sum_{i=1}^{s} \mathfrak{m}^{n-d_i} M \subset \mathfrak{m}^{n-n_0} M = \mathfrak{m}M$$

となる．よって，$\mathfrak{m}M = M$ である．

そこで，$N = 0$ として中山の補題を使うと，$M = 0$ が得られる． □

R が座標環の場合は，多項式環から剰余環と局所化の操作だけで作られるので，中山の補題を使わずに直接証明することもできます．証明の 1 例を書いておきます．

系 2.2.8'. R がアフィン代数多様体 V の座標環，$I \neq R$ がそのイデアルのとき，$\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$ である．

証明. I を含む極大イデアル $\mathfrak{m}$ を取る．$J := \displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n$ とし，$J = 0$ を示せばよい．$0 \neq \exists f \in J$ と仮定する．f は V 上の有理関数なので，$\mathfrak{m}$ に対応する点 P における零点の位数は有限である．よって，ある $e \in \mathbb{N}$ が存在して $f \notin \mathfrak{m}^e$ となる．すると $J \not\subset \mathfrak{m}^e$ となり矛盾する． □

● p.50 定義 2.2.9 の最後から 3 行目

誤: $x_1,\ldots, x_n \in S$ に対し，$R[X_1,\ldots, X_n] \cong R[x_1,\ldots, x_n]$

正: $x_1,\ldots, x_n \in S$ に対し，R-多元環として $R[X_1,\ldots, X_n] \cong R[x_1,\ldots, x_n]$

● p.52 定理 2.2.14 の証明の 13 行目

誤: 極大イデアル $\tilde{q}$ で

正: 極大イデアル $\tilde{\mathfrak{q}}$ で

● p.55 定理 2.2.20 の証明の最後の 2 行目

やや不明瞭なので改良します.

旧: 上の考察から，$f_i \in \mathfrak{p}_i$ を，その $\mathfrak{p}_{i-1}$ を法とする同値類が $Q(R/\mathfrak{p}_{i-1})$ 上超越的であるように選ぶことができ，このとき $f_1,\ldots, f_d$ は $\mathbb{C}$ 上代数的独立である． □

新: 上の構成法では，適当に $a_{i,1},\ldots, a_{i,i-1} \in \mathbb{C}$ を選べば $f_i := x_i + a_{i,i-1}x_{i-1} + \cdots + a_{i,1}x_1 \in \mathfrak{p}_i$ となるようにできる．このとき，$f_1,\ldots, f_d$ は $\mathbb{C}$ 上代数的独立である． □

● p.55 命題 2.2.24

後で局所環で使っている場所があったので，定理の主張を一般化して証明も差し替えます.

[差替原稿]

命題 2.2.24. (Krull の標高定理)　R は $\mathbb{C}$ 上有限生成な整域またはその局所化, $I=(g_1,\ldots,g_r)$ は R のイデアル, $\mathfrak{p}$ は I の極小素因子とする．すると，$\operatorname{ht}\mathfrak{p} \leqq r$ が成り立つ．

証明. $r=1$ のときは多項式環に帰着できるので簡単．$r \geqq 2$ とする．$\mathfrak{p}R_\mathfrak{p}$ は $IR_\mathfrak{p}$ の極小素因子である．$\operatorname{ht}\mathfrak{q}=\operatorname{ht}\mathfrak{p}-1$ なる素イデアル $\mathfrak{q} \subset R_\mathfrak{p}$ を取る．$g_r \in \mathfrak{p}R_\mathfrak{p}-\mathfrak{q}$ と仮定してよい．$\sqrt{g_rR_\mathfrak{p}+\mathfrak{q}}=\mathfrak{p}R_\mathfrak{p}$ なので，ある $m \in \mathbb{N}$ を取ると，任意の $1 \leqq i < r$ に対して，$g_i^m \in g_rR_\mathfrak{p}+\mathfrak{q}$ である．$g_i^m = g_i' + a_ig_r$ ($g_i' \in \mathfrak{q}$, $a_i \in R_\mathfrak{p}$) と表せる．$J := g_1'R_\mathfrak{p} + \cdots g_{r-1}'R_\mathfrak{p}$ とし，局所素因子 $J \subset \mathfrak{r} \subset \mathfrak{q} \subset R_\mathfrak{p}$ を取る．$\mathfrak{r}+g_rR_\mathfrak{p} \ni g_i^m$ だから $\mathfrak{p}R_\mathfrak{p}/\mathfrak{q}R_\mathfrak{p}$ は $g_rR_\mathfrak{p}/\mathfrak{q}R_\mathfrak{p}$ の極小素因子で，$r=1$ の場合の結果から高さ 1 であり，$\mathfrak{r}=\mathfrak{q}$ となる．帰納法の仮定から，$\operatorname{ht}\mathfrak{q} \leqq r-1$ である．　□

● p.57 定理 2.2.28a(3) の 1 行目

以下のように仮定を正確に書き直します.

(3) 支配的正則写像 $\varphi\colon V \to W$ が V のあるザリスキー開集合上で単射ならば,

● p.57 定理 2.2.28a(5)

以下の仮定は不要なので削除して下さい．$\varphi\colon V \to W$ は正則写像であれは OK です.

(5) $\varphi\colon V \to W$ が支配的ならば,

● p.57 定理 2.2.28a の証明 (2)Step 2 の最後の行

誤: $D_V(f) \cong D_W(f)$ である．よって，(1) が成り立つ．

正: $D_V(f) \cong D_W(f)$ である．よって，(2) が成り立つ．

● p.58 1 行目

誤: $f \in R_X$

正: $f \in R_V$

● p.58 定理 2.2.28a の証明 (5) の 5 行目

誤: $W-U_1=\varphi(V_1)\cup\cdots\cup\varphi(V_k)$ である．

正: $\varphi(V)-U_1\subset\varphi(V_1)\cup\cdots\cup\varphi(V_k)$ である．

● p.60 9 行目

誤: $Q(S)$ の d 次斉次元全体の集合と $\{0\}$ の合併集合を $Q(R)_d$ と書く．

正: $Q(S)$ の d 次斉次元全体の集合と $\{0\}$ の合併集合を $Q(S)_d$ と書く．

● p.60 定理 2.3.3 の証明の 3 行目

誤: ある $f_{i,d} \in S_d$ により，

正: ある $f_{i,d} \in I \cap S_d$ により，

● p.62 定義 2.3.6a の直後から命題 2.3.6b の直前まで．

下記原稿のように少しだけ書き直します．

[差し替え原稿]

$S = \mathbb{C}[X_0, \ldots, X_n]$, I は S の斉次イデアルで，$R = S/I$ であるとする．$G \in R_d - \{0\}$ $(d > 0)$ はある $\tilde{G} \in S_d$ の I を法とする同値類として表せる．$(a_0 : a_1 : \cdots : a_n) \in V \subset \mathbb{P}^n$ のとき，$\tilde{G}(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ の値は $\tilde{G}$ の選び方に依存しないので，$G(a_0, a_1, \ldots, a_n) = \tilde{G}(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ と定義できる．そして，

$$D_+(G) = \left\{ (a_0 : \cdots : a_n) \in V \subset \mathbb{P}^n \;\middle|\; \tilde{G}(a_0, \ldots, a_n) \neq 0 \right\}$$

$$R_U = \left(R\left[\frac{1}{G}\right] \right)_0 = \left\{ \frac{F}{G^k} \in Q(R)_0 \;\middle|\; k \in \mathbb{N} \cup \{0\},\, F \in S_{kd} \right\}$$

と定める．ここで，$U = D_+(G)$ である．

● p.66 定義 2.4.3 の証明

3ヶ所登場する添え字の m は r の間違いです．正しくは，

$U_I = W_2 \cap W_3 \cap \cdots \cap W_r$ なので，命題 2.1.28a より，U_I は U_i のアフィン開集合であり，U_I の座標環は $R'_2 \cdots R'_r$ である．$R_I = R'_2 \cdots R'_r$ なので，R_I が U_I の座標環である．

● p.68

誤: 定義 2.4.6

正: 注意 2.4.6

● p.69 命題 2.4.9(2) の証明の 1 行目

誤: $U_i = V_{i,1} \cup \cdots \cup V_{i,m_i}$

正: $V \cap U_i = V_{i,1} \cup \cdots \cup V_{i,m_i}$

● p.73 定理 2.4.18(3) の証明の 2 行目

誤: アフィン開集合 $Q \in U \subset Y$ を取る．

正: 十分小さいアフィン開集合 $Q \in U \subset Y$ を取る．

● p.74 命題 2.4.21 の証明の最後から 6 〜 5 行目

誤:

ので，$\overline{Y} = Y'$ である．

また，Y が $W = D(f_i)$ 内のザリスキー閉集合のとき，

正:

ので，$\overline{Y} = Y'$ である．$\overline{Y} \cap D(f_i) = Y \cap D(f_i)$ より $\overline{Y} \cap W = Y$ である．

また，Y が $W = D(f_i)$ 内の閉部分多様体のとき，

● p.74 命題 2.4.21 の証明の最後の行

誤: であり，$R_Y \cap W = Y$ である．

正: である．

● p.75 定理 2.4.22(3) の証明の最初の行

誤: (3)　$\varphi(Y)$ の X におけるザリスキー位相に関する閉包を Z とする．

正: (3)　$\varphi(X)$ の Y におけるザリスキー位相に関する閉包を Z とする．

● p.76 定理 2.4.24(1) の証明の 8 〜 10 行目

誤: 多項式の性質から，十分小さい正の実数 $\varepsilon > 0$ を取ると，ある正の実数 $\delta > 0$ が存在して，$|x_j - a_j| \geqq \varepsilon$ $(1 \leqq \forall j \leqq n)$ ならば，$\left|F_i(x_1,\ldots, x_n) - b_i\right| \geqq \delta$ となる．

正: 複素正則関数の性質から，$\mathbb{C}^n$ の開集合の F_i による像は $\mathbb{C}$ の開集合である ($n = 1$ の場合は，例えば，アールフォルス「複素解析」現代数学社，p.141 の系 1 参照．$n \geqq 2$ の場合は帰納法ですぐ証明できる)．

● p.78 定理 2.5.3(2) の証明

以下の原稿と差し替えて下さい．

[差し替え原稿]

(2)　$\mathfrak{m} = (x_1,\ldots, x_d)$ であるので，$\mathfrak{m}^r/\mathfrak{m}^{r+1}$ は $x_1,\ldots, x_d$ の r 次単項式全体で生成される．あと，$x_1,\ldots, x_d$ が $\mathbb{C}$ 上代数的独立であることを示せばよい．

$d = 1$ のときは自明である．$d \geqq 2$ とする．素イデアル列 $(0) = \mathfrak{p}_0 \subsetneqq \mathfrak{p}_1 \subsetneqq \cdots \subsetneqq \mathfrak{p}_d = \mathfrak{m}$ を $(x_1,\ldots, x_i) \subset \mathfrak{p}_i$ となるように取れる ($(x_1, \ldots, x_i)R_{\mathfrak{p}_{i+1}}$ の極小素因子と R の共通部分を $\mathfrak{p}_i$ とおけばよい)．$R/\mathfrak{p}_1$ は $(x_2,\ldots, x_d)$ を極大イデアルとする正則局所環なので，帰納法の仮定から $x_2,\ldots, x_d$ は代数的独立である．$f \in \mathfrak{p}_d - \mathfrak{p}_{d-1}$ を，その像が $R/\mathfrak{p}_{d-1}$ 上超越的な元であるように選ぶ．$\sqrt{fR + \mathfrak{p}_{d-1}} = \mathfrak{p}_d$ なので，ある $m \in \mathbb{N}$ と $0 \neq a \in R - \mathfrak{p}_d$ により $x_d^m - af \in \mathfrak{p}_{d-1}$ と書ける．$f, x_2,\ldots, x_n$ は代数的独立なので，$x_1, x_2,\ldots, x_n$ も数的独立である．　□

● p.79 定理 2.5.5 の証明の第 3 段落

第 3 段落中の f を，以下のようにすべて g に書き直して下さい．f_1, f_2 が重複して 2 通りの意味に使われていました．

[修正後]

$g \in S$ に対し，

$$\tilde{\varphi}(g) = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1}(P), \ldots, \frac{\partial g}{\partial X_n}(P) \right) \in \mathbb{C}^n$$

として準同型写像 $\tilde{\varphi}\colon S \to \mathbb{C}^n$ を定義する．g の定数項を $g_0 \in \mathbb{C}$ とし，g の 1 次の項を $g_1 = c_1X_1 + \cdots + c_nX_n \in \mathfrak{M}$, g の 2 次以上の項を $g_2 \in \mathfrak{M}^2$ とする．$g = g_0 + g_1 + g_2$ である．P は原点としておいたので，$\dfrac{\partial g}{\partial X_i}(P) = c_i$ で，$\tilde{\varphi}(g) = (c_1, \ldots, c_n)$ である．また，$g \in \mathfrak{M}^2$ のとき $\tilde{\varphi}(g) = 0$ なので，

● p.80 下から 2 行目

誤: 定理 2.5.8.

正: 定義 2.5.8.

● p.82 定理 2.5.12a の証明の 7 行目と 9 行目

7 行目

誤: d 次正方行列を $J(Q)$ とする．

正: $n - d$ 次正方行列を $J(Q)$ とする．

9 行目

誤: $\det A(P) \neq 0$ かつ $\det J(Q) \neq 0$

正: $\det A(Q) \neq 0$ かつ $\det J(Q) \neq 0$

● p.82 〜 83 定理 2.5.12b の証明

以下の原稿と差し替えて下さい．

[差し替え原稿]

証明. $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{n}$ を $\mathcal{O}_{X,P}$, $\mathcal{O}_{Y,P}$ の極大イデアル，$\varphi\colon \mathcal{O}_{X,P} \longrightarrow \mathcal{O}_{Y,P}$ を自然な全射とする．$I := \operatorname{Ker}\varphi \subset \mathfrak{m}$ は P のある近傍での Y の定義イデアルである．φ から誘導される $\overline{\varphi}_r\colon \mathfrak{m}^r/\mathfrak{m}^{r+1} \longrightarrow \mathfrak{n}^r/\mathfrak{n}^{r+1}$ $(r \in \mathbb{N})$ は全射である．$\mathcal{O}_{Y,P}$ の正則パラメータ系 $(y_1, \ldots, y_r)$ を取り，$\varphi(x_i) = y_i$ となるような $x_1, \ldots, x_r \in \mathfrak{m} \subset \mathcal{O}_{X,P}$ を取る．$\operatorname{Ker}\overline{\varphi}_1 = I/(I \cap \mathfrak{m}^2)$ なので，$x_{r+1}, \ldots, x_n \in I$ を適当に取ると，$\mathfrak{m}^2$ を法とする同値類 $\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n$ は $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ の基底になる．$J := (x_{r+1}, \ldots, x_n) \subset I$ とおく．$\mathfrak{m}^r/\mathfrak{m}^{r+1}$ は $x_1, \ldots, x_n$ の r 次単項式の像で生成されるので，$\operatorname{Ker}\overline{\varphi}_r = (I \cap \mathfrak{m}^r)/(I \cap \mathfrak{m}^{r+1}) = \mathfrak{m}^{r-1}J/(\mathfrak{m}^{r-1}J \cap \mathfrak{m}^r)$ である．よって，$I = J + (I \cap \mathfrak{m}^2)$, $I \cap \mathfrak{m}^r = \mathfrak{m}^{r-1}J + (I \cap \mathfrak{m}^{r+1})$

$(r \in \mathbb{N})$ である．これより，$I = J + \mathfrak{m}I$ がわかり，中山の補題より $I = J$ である．前定理 (1) より，P のアフィン開近傍 $U \subset X$ を十分小さく選べば，この U と $(x_1,\ldots, x_n)$ が題意を満たす． □

● p.86 〜 88. 第 2.6.1 項全部と 2.6.2 項の冒頭

定義 2.6.1 の中で I が素イデアルになることを，うっかりしていました．その証明を命題 2.6.2b(2) に追加して，下記の原稿と差し替えます．一般には整域同士のテンソル積は整域になるとが限らないのですが，この場合はヒルベルトの零点定理があるので大丈夫でした．

2.6.1. 直積多様体

一般の代数多様体の直積の定義は，ちょっと面倒なので，アフィン代数多様体の直積から始める．

定義 2.6.1. (2 つのアフィン代数多様体の直積) V は $\mathbb{C}^n$ 内のアフィン代数多様体で，W は $\mathbb{C}^m$ 内のアフィン代数多様体とする．$\mathbb{C}^n$ の座標系を $\mathbf{x} = (x_1,\ldots, x_n)$, $\mathbb{C}^m$ の座標系を $\mathbf{y} = (y_1,\ldots, y_m)$ とし，V, W の定義イデアルを

$$I_V = (f_1, \ldots, f_r), \quad I_W = (g_1, \ldots, g_s)$$

とし，座標環を

$$R_V = \mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n]/I_V, \quad R_W = \mathbb{C}[Y_1, \ldots, Y_m]/I_W$$

とする．直積集合

$$V \times W = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m \mid \mathbf{x} \in V, \mathbf{y} \in W\}$$

を考える．$(m+n)$ 変数多項式環 $S = \mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n, Y_1, \ldots, Y_m]$ を考える．$f_1,\ldots, f_r$, $g_1,\ldots, g_s \in S$ とみなせる．$V \times W$ は $\mathbb{C}^{n+m}$ 内で $f_1 = \cdots = f_r = g_1 = \cdots = g_s = 0$ で定まる代数的集合である．$I = (f_1,\ldots, f_r, g_1,\ldots, g_s) \subset S$ とする．次の命題 2.6.2b(2) より I は素イデアルであるので，$R := S/I$ を座標環とするアフィン代数多様体 $V \times W$ を V と W の**直積**と言う．

包含写像 $R_V \subset R$, $R_W \subset R$ が正射影 $V \times W \to V$, $V \times W \to W$ に付随する座標環の準同型写像である．

命題 2.6.2b. (1) $V \times W$ は既約な代数的集合である．

(2) I は S の素イデアルである．

(3) V, W が非特異ならば，$V \times W$ は非特異である．

証明. (1)　$V \times W$ のあるザリスキー閉集合 $Z_1, Z_2 \neq V \times W$ により，$V \times W = Z_1 \cup Z_2$ と書けたとする．$V_i = \{x \in V \mid x \times W \subset Z_i\}$ とおくと，$V = V_1 \cup V_2$ である．V は既約だから，$V = V_1$ または $V = V_2$ が成り立つ．しかし，$V = V_i$ とすると，$V \times W = Z_i$ となり矛盾する．したがって，$V \times W$ は既約である．

(2)　S のイデアル $I_V^S = (f_1, \ldots, f_r)$, $I_W^S = (g_1, \ldots, g_s)$ を考える．$I_V^S + I_W^S = I$ である．また，$J := \{h \in S \mid$ 任意の $P \in V, Q \in W$ に対して $h(P,Q) = 0\}$ とおく．$V \times W$ が既約かつ被約なので J は S の素イデアルで，$I \subset J$ である．

$J \subset I$ を示す．勝手な $\psi \in J$ を取る．一般に $\varphi \in S$ に対し，I_V^S を法とした同値類を $\overline{\varphi} \in S/I_V^S$ と書くことにする．$X = (X_1,\ldots, X_n)$, $Y = (Y_1,\ldots, Y_m)$ と略記すると，$S/I_V^S = R_V[Y]$ なので，ある $h_1,\ldots, h_t \in \mathbb{C}[Y] \subset S$ と，$a_1,\ldots, a_s, b_1,\ldots, b_t \in \mathbb{C}[X] \subset S$ を取り，$\overline{\psi} = \overline{a_1}g_1 + \cdots + \overline{a_s}g_s + \overline{b_1}h_1 + \cdots + \overline{b_t}h_t$ と書ける．ここで，$g_1,\ldots, g_s, h_1,\ldots, h_t$ は $\mathbb{C}$ 上線形独立であるように選べる．$\psi \in J$, $g_i \in I_W$ だから，任意の $P \in V, Q \in W$ に対し，

$$\begin{aligned} 0 = \overline{\psi}(P,Q) &= \overline{a_1}(P)g_1(Q) + \cdots + \overline{a_s}(P)g_s(Q) + \overline{b_1}(P)h_1(Q) + \cdots + \overline{b_t}(P)h_t(Q) \\ &= b_1(P)h_1(Q) + \cdots + b_t(P)h_t(Q) \end{aligned}$$

である．$P \in V$ を固定したとき，ヒルベルトの零点定理から，$b_1(P)h_1(Y) + \cdots + b_t(P)h_t(Y) \in I_W$ である．$g_1(Y),\ldots, g_s(Y), h_1(Y),\ldots, h_t(Y)$ は $\mathbb{C}$ 上線形独立であるから $b_1(P) = \cdots = b_s(P) = 0$ である．$P \in V$ を動かすと $\overline{b_1} = \cdots = \overline{b_s} = 0$ で，$\overline{\psi} = \overline{a_1}g_1 + \cdots + \overline{a_s}g_s$ である．$\psi_2 = a_1g_1 + \cdots + a_sg_s \in I_W^S$ とする．$\overline{\psi} - \overline{\psi_2} = 0 \in S/I_V^S$ だから，$\psi_1 := \psi - \psi_2 \in I_V^S$ である．よって，$\psi = \psi_1 + \psi_2 \in I_V^S + I_W^S = I$ となる．したがって，$J \subset I$ で $I = J$ となる．

(3)　$P \in V, Q \in W$ に対し，$\mathcal{O}_{V,P}$ の正則パラメータ系を $(x_1,\ldots, x_d)$ とし，$\mathcal{O}_{W,Q}$ の正則パラメータ系を $(y_1,\ldots, y_e)$ とする ($d = \dim V$, $e = \dim W$)．$P \times Q \in V \times W$ が非特異点であることを示す．

$P \times Q \in V \times W$ に対応する R の極大イデアルは $\mathfrak{m} = \mathfrak{m}_P R + \mathfrak{m}_Q R$ と書ける．そこで，$x_i, y_j \in \mathfrak{m}R_{\mathfrak{m}}$ とみなせる．$\mathfrak{m}_P R \subset (x_1,\ldots, x_d)R + \mathfrak{m}^2$, $\mathfrak{m}_Q R \subset (y_1,\ldots, y_e)R + \mathfrak{m}^2$ であるから，$(x_1,\ldots, x_d, y_1,\ldots, y_e)$ は $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ を生成し，$\dim(V \times W) = d + e$ であるから，これは $\mathcal{O}_{V \times W,(P,Q)}$ の正則パラメータ系である．　□

参考 2.6.3.　テンソル積で表せば，

$$\begin{aligned} S &= \mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n] \otimes_{\mathbb{C}} \mathbb{C}[Y_1, \ldots, Y_m] \\ S/\overline{I} &= (\mathbb{C}[X_1, \ldots, X_n]/I_V) \otimes_{\mathbb{C}} (\mathbb{C}[Y_1, \ldots, Y_m]/I_W) \end{aligned}$$

である．

注意 2.6.4. $V \times W$ のザリスキー位相は，$V \times W \subset \mathbb{C}^{m+n}$ によって，$\mathbb{C}^{m+n}$ のザリスキー位相から定まる位相である．この位相は，V のザリスキー位相と W のザリスキー位相の直積位相とは一致しない．

2.6.2. 射影多様体の直積

X, Y は代数多様体で，$\{U_1, \ldots, U_p\}$ は X のアフィン開被覆，$\{W_1, \ldots, W_q\}$ は Y のアフィン開被覆とする．集合として $U_i \times W_j \subset X \times Y$ で，

$$X \times Y = \bigcup_{i=1}^{p} \bigcup_{j=1}^{q} U_i \times W_j$$

である．ここで，各 $U_i \times W_j$ はアフィン代数多様体の構造を持っている．$\{U_i \times W_j \mid 1 \leqq i \leqq p, 1 \leqq j \leqq q\}$ を $X \times Y$ のアフィン開被覆として，集合 $X \times Y$ に代数多様体の構造を定めることができる．

定義 2.6.5. (ここからは，もとの本のまま)

● p.88. 定義 2.6.5 の 6 行目

誤: これは多項式写像なので，射影多様体の正則写像であり，

正: これは多項式写像なので，代数多様体の正則写像であり，

● p.89. 命題 2.6.9 の直前

以下の項見出しを追加して，ここで項を分けます．

2.6.3. 次元定理

● p.89. 命題 2.6.9 の証明の Step 3 の 2 〜 3 行目

誤: 点 $P \in Z$ と，P を含む Z の座標開集合 $P \in U \subset Z$ を取り，$(x_1, \ldots, x_n)$ $(n = \dim Z)$ をその広義局所座標系とする．

正: 点 $P \in Z$ と，P を含む V の座標開集合 $P \in U \subset V$ を取り，$(x_1, \ldots, x_n)$ $(n = \dim V)$ をその広義局所座標系とする．

● p.90. 9 〜 19 行目

13 行目を以下のように訂正して，9 〜 19 行目全体を p.88 の定義 2.6.5 の直前に移動して下さい．

誤: もし，X か Y が非特異であれば $U_i \times W_j$ も非特異アフィン代数多様体なので，

正: もし，X か Y が非特異であれば $U_i \times W_j$ もアフィン代数多様体なので，

● p.94. 下から 10 行目

誤: このとき,

正: f が U 上で正則なとき,

● p.103. 例 3.2.7 の 2 行目

誤: $P=(0:1)\in\mathbb{P}^2$ とし,

正: $P=(0:1)\in\mathbb{P}^1$ とし,

● p.103. 定義 3.2.8 の 5 行目の後

5 行目の後に次の文を追加してください.

また, $\boldsymbol{L}(D)$, $\Omega(D)$ は複素ベクトル空間であることに注意する.

● p.103. 命題 3.2.9(4) の 2 行目の

誤: $\psi\colon \boldsymbol{L}(D)/\mathbb{C}^\times \longrightarrow |D|$

正: $\psi\colon \big(\boldsymbol{L}(D)-\{0\}\big)/\mathbb{C}^\times \longrightarrow |D|$

● p.104. 定理 3.2.10 の証明の最後の行

誤: $f\omega_0\in\Omega$ である.

正: $f\omega_0\in\Omega(D)$ である.

● p.105. 命題 3.2.14 の証明の 5 行目

$f(t)=\displaystyle\sum_{k=-n-r}^{\infty} a_k t^k$ を $f=\displaystyle\sum_{k=-n-r}^{\infty} a_k t^k$ に変更して下さい. (記述の統一です.)

● p.106. 命題 3.2.14 の証明の最後の行

$f(t)\in\boldsymbol{L}(D)$ を $f\in\boldsymbol{L}(D)$ に変更して下さい. (記述の統一です.)

● p.106. 系 3.2.15

以下の原稿ように証明を追加します (自明だと思いますが).

系 3.2.15. C が非特異射影曲線で, n が自然数のとき,

$$\dim_{\mathbb{C}}\boldsymbol{L}(D+nP)\leqq n+\dim_{\mathbb{C}}\boldsymbol{L}(D)$$

である.

証明. 完全系列 $0\to\boldsymbol{L}(D)\to\boldsymbol{L}(D+nP)\to\operatorname{Im}\varphi\to 0$ と, $\operatorname{Im}\varphi\subset\mathbb{C}^n$ よりわかる. $\square$

● p.107. 定義 3.3.1a の 2 行目

変更前: $\mathfrak{M}$ の部分加群 $\mathfrak{F}(U)$

変更後: $\mathfrak{M}$ の部分 $\mathbb{Z}$-加群 $\mathfrak{F}(U)$

● p.111. 注意 3.3.4 の 3 行目

誤: $\mathfrak{O}_X$-加群の簡易層は有限次元 $\mathbb{C}$-ベクトル空間と同一視できる.

正: $\mathfrak{O}_X$-加群の簡易層は $\mathbb{C}$-ベクトル空間と同一視できる.

● p.111. 定義 3.3.6 の直前の行

誤: $D = \mathrm{div}(f)$ と書ける

正: $D|_U = \mathrm{div}(f)|_U$ と書ける

● p.112. 定義 3.3.8 の最後から 2 行目 (初版・新装版では誤植なし)

誤: $\mathit{\Omega}^1_C(U) = \mathfrak{O}_C(U) \cdot dx$ であるので,

正: $\Omega^1_C(U) = \mathfrak{O}_C(U) \cdot dx$ であるので,

● p.113. 3.3.3 の 12 行目

修正前: $r < 0$ または $r > \#I$ であれば $\mathfrak{I}_r = \phi$ である.

修正後: $r < 0$ または $r \geqq \#I$ のときは $\mathfrak{I}_r = \phi$ とする.

● p.114. 1 行目

修正前: ただし, $r < 0$ または $r > \#I$ のときは,

修正後: ただし, $r < 0$ または $r \geqq \#I$ のときは,

● p.115. 定義 3.3.12 の最後の行

修正前: 定義から, $r < 0$ または $r > \#I$ ならば

修正後: 定義から, $r < 0$ または $r \geqq \#I$ ならば

● p.121. 補題 3.4.3a 2 行目

誤: U_1 はアフィン開集合で, $U_0 \cup U_1 = C$ を満たすと仮定する.

正: U_1 はアフィン開集合で, $U_0 \cup U_1 = C, U_1 \cap V_{U_0}(x) = \phi$ を満たすと仮定する.

● p.123. 15 行目 (定理 3.4.5 の証明の (II) の 2 行手前)

誤: $C - U_1 = \{P_1, \ldots, P_r\}$

正: $C - U_0 = \{P_1, \ldots, P_r\}$

● p.124. 12 行目

誤: $\varphi_n\colon H^1(D-nP)\times\Omega(-D+nP)\longrightarrow H^1(\Omega^1_C)$

正: $\varphi_n\colon H^1(D-nP)\times\Omega(-D+nP)\longrightarrow \mathbb{C}$

● p.125. 1 行目

誤: $(\operatorname{ord}_x f \leqq m-1)$

正: $(\operatorname{ord}_x h \leqq m-1)$

● p126, 定理 3.4.9 の証明の 2 行目

誤: C 上の正則微分形式 ω が定まる.

正: C 上の有理微分形式 ω が定まる.

● p131, 定理 3.5.12 の証明の 2 〜 3 行目

誤: $i \geqq 1$ のとき，$\varphi^*(X_i/X_0)=0$ で定まる $\mathbb{P}^N$ の超曲面が $\varphi(H_i)$ であるが，この超曲面の次数を d_i とする.

正: $i \geqq 1$ のとき，$\varphi^*(X_i/X_0)=0$ で定まる $\mathbb{C}^n$ 内の超曲面の射影化が $\varphi(H_i)$ であるが，この超曲面の次数を d_i とする.

● p133, 命題 3.5.15b の 1 行目

誤: 豊富

正: アンプル

● p134, 定理 3.5.16a の証明の 2 行目

旧: 定義 3.5.15 の条件 (2) が成り立つ.

新: $f\in \boldsymbol{L}(D)-\boldsymbol{L}(D-P_1)$ が定義 3.5.15 の条件 (2) を満たす.

● p135, 系 3.5.17 の証明の 2 行目

誤: $\deg(K_C-D')\geqq(2g-2)-(2g-1)<0$

正: $\deg(K_C-D')\leqq(2g-2)-(2g-1)<0$

● p135, 10 行目

誤: 豊富

正: アンプル

● p.137. 5 行目

誤: $y^2+a_2xy+a_4y=\left(y+\dfrac{a_2}{2}x+\dfrac{a_4}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}x^2-\dfrac{a_2a_4}{2}x-\dfrac{a_4^2}{4}$

正: $y^2 + a_2xy + a_4y = \left(y + \frac{a_2}{2}x + \frac{a_4}{2}\right)^2 - \frac{a_2^2}{4}x^2 - \frac{a_2a_4}{2}x - \frac{a_4^2}{4}$

● p.137. 9 行目

誤: $x_1^3 + b_1x_1^2 + b_2x_q + b_3 = (x_1 - \alpha_1)(x_1 - \alpha_2)(x_1 - \alpha_3)$

正: $x_1^3 + b_1x_1^2 + b_2x_1 + b_3 = (x_1 - \alpha_1)(x_1 - \alpha_2)(x_1 - \alpha_3)$

● p.137. 下から 6 行目 (補題 3.6.3 の 4 行目)

誤: $\dfrac{\lambda}{1-\lambda}$,

正: $\dfrac{\lambda}{\lambda-1}$,

● p.138. 補題 3.6.4 の証明の最初の 5 行

証明を分かり易くするため，以下のように書き換えます.

証明. $\psi\colon E_\lambda \longrightarrow E_{\lambda'}$ を同型写像，$P = (0:1:0) \in E_\lambda \subset \mathbb{P}^2$, $Q = \psi(P) \in E_{\lambda'}$ とする．ある $x' \in \boldsymbol{L}(2Q) - \mathbb{C}$ と $y' \in \boldsymbol{L}(3Q) - \boldsymbol{L}(2Q)$ により，$E_{\lambda'}$ は

$$y'^2 = x'(x'-1)(x'-\lambda') \tag{3.11}$$

の射影化として表すことができる．$\psi^*y' \in \boldsymbol{L}(3P) - \boldsymbol{L}(2P)$, $\psi^*x' \in \boldsymbol{L}(2P) - \mathbb{C}$ だから，

● p.139. 8 行目 (定理 3.6.6 の直後)

証明. という部分を削除して下さい．ここからの説明は，定理 3.6.6 の証明ではありません.

● p.145

誤: 命題 3.7.1

正: 定義 3.7.1

● p.145

誤: 命題 3.7.2

正: 定義 3.7.2

● p.148 12 行目

誤: 「$\iota(P) = Q \Longleftrightarrow \varphi(P) = \varphi(Q)$」

正: 点 $P \neq Q \in C$ に対し「$\iota(P) = Q \Longleftrightarrow \varphi(P) = \varphi(Q)$」

● p.163 3 行目．補題 4.1.4 の証明の 5 行目

誤: $(f_1,\ldots, f_r) = R$ なので，$(f_1,\ldots, f_r) = R$ なので，
正: $(f_1,\ldots, f_r) = R$ なので，

● p.167. 定理 4.1.11 の 3 行目
誤: $H^r(\mathfrak{U}, \mathfrak{F}) \cong H^r(\mathfrak{U}', \mathfrak{F})$
正: $H^r(\mathfrak{U}, \mathfrak{F}) \cong H^r(\mathfrak{W}, \mathfrak{F})$

● p169. 補題 4.1.15 の証明のうち，(3) の証明の 10 行目
誤: $\pi_L(x) = \pi_L(x' + f(x_1)) = \pi_L(x) + \pi_L(f(x_1)) = \pi_L(x')$
正: $\pi_L(x) = \pi_L(x' + f(x_1)) = \pi_L(x') + \pi_L(f(x_1)) = \pi_L(x')$

● p181. 命題 4.2.11 の証明の 4 〜 11 行目
以下の証明と差し替えて下さい。
[差し替え原稿]
逆に，$\mathcal{O}_X(D_1) \cong \mathcal{O}_X(D_2)$ と仮定する．命題 4.2.8b より，任意の点 $P \in X$ に対し，P のアフィン開近傍 U を十分小さく選べば，ある $f_U, g_U \in \mathrm{Rat}(X)$ が存在して，$D_1 = \mathrm{div}(f_U)$, $D_2 = \mathrm{div}(g_U)$ と書ける．$\varphi_U : \mathcal{O}_X|_U \longrightarrow \big(\mathcal{O}_X(D_1 - D_2)|_U$ を f_U/g_U 倍写像とする．X をこのようなアフィン開集合 U_i 達で覆うと，$U_i \cap U_j$ 上では $\varphi_{U_i}|_{U_i \cap U_j} = \varphi_{U_j}|_{U_i \cap U_j}$ が成り立つから，$\{\varphi_{U_i}\}$ から準同型写像 $\varphi\colon \mathcal{O}_X \xrightarrow{\cong} \mathcal{O}_X(D_1 - D_2)|_U$ が誘導され，各 φ_{U_i} が同型写像だから，φ も同型写像になる．$1 \in H^0(X, \mathcal{O}_X)$ の像を $h = \varphi(1) \in \mathrm{Rat}(X)$ とおけば，$D_1 - D_2 = \mathrm{div}(h)$ なので，$D_1 = \mathrm{div}(h) + D_2$ となる． □

● p181. 命題 4.2.11b の 2 行目
誤: (1) S が $\mathbb{P}^n$ の d 次超曲面ならば，
正: (1) S が $\mathbb{P}^n$ の d 次超曲面ならば，

● p181. 命題 4.2.11b の証明の 2 行目
誤: F は d 次斉次式，G は 1 次斉次式である．
正: F は 1 次斉次式，G は d 次斉次式である．

● p182. 9 行目
誤: **定義 4.2.14.**
正: **定理 4.2.14.**

● p184. 例 4.2.18d の 4 行目

誤: 系 5.3.9 より

正: 系 3.5.9 より

● p184. 例 4.2.18d の 6 〜 7 行目

文章が変でした．以下のように書き直して下さい．

[修正後]

第 6.8.2 項, 第 6.8.3 項で説明するが，一般に X が楕円曲線のとき次のことが成り立つ．$X \cong \mathbb{C}/L$ として加群の構造を考え，$P_0 \in X$ を加群の単位元を与える点とする．$P \in X$ に対して $P - P_0 \in \mathrm{Pic}(X)$ を対応させる

● p187. 命題 4.2.23b の 3 行目

誤: $U = X - \mathrm{Bs}_0\,|D| = X = \mathrm{Bs}\,|M|$ とする．

正: $U = X - \mathrm{Bs}_0\,|D| = X - \mathrm{Bs}\,|M|$ とする．

● p192. 定理 4.2.32 の証明の最後から 3 行目

誤: $X_n^e \cdot g_I \in (S_I)_{m+e}$ となる．つまり，

正: $X_n^e \cdot g_I \in S_{m+e} \subset \mathbb{C}[X_0, \ldots, X_n]$ となる．よって，

● p193. 補題 4.2.32b の証明の最後から 2 行目

誤: $\dfrac{(m+n)}{m!\,n!}$

正: $\dfrac{(m+n)!}{m!\,n!}$

● p193. 定義 4.2.32c の 3 行目

誤: $\mathfrak{G}(U) = \mathfrak{F}_1(U) \oplus \mathfrak{F}_2(U) \oplus \cdots \mathfrak{F}_r(U)$

正: $\mathfrak{G}(U) = \mathfrak{F}_1(U) \oplus \mathfrak{F}_2(U) \oplus \cdots \oplus \mathfrak{F}_r(U)$

● p194. 定義 4.2.33c の 2 行目

誤: R-次数付き加群

正: R-次数付き加群 M を

● p195. 補題 4.2.33d の証明の最後から 4 行目

誤: $X_j^{m_i} \in S_m \subset S$

正: $X_j^{m_i} \in S_{m_i} \subset S$

● p199. 定義 4.2.41 の最後から 7 〜 8 行目

誤: ここで，$H^0(Y, \mathcal{O}_Y(D|_Y))$ を単に $H^0(Y, \mathcal{O}_Y(D))$ とも書く．

正: ここで，$\mathcal{O}_Y(D|_Y)$ を単に $\mathcal{O}_Y(D)$ とも書く．

● p200. 定理 4.2.42a(2) の証明の 1 〜 3 行目

誤: $D = A_1 - A_2$ (A_1, A_2 は超曲面) で $C \not\subset A_1$, $C \not\subset A_2$ と表しておく．(中略) h の極に U は含まれないので，

正: $D = A_1 - A_2$ (A_1, A_2 は超曲面) で $Y \not\subset A_1$, $Y \not\subset A_2$ と表しておく．(中略) h の極に Y は含まれないので，

● p200. 定理 4.2.43a の 1 行目とその証明の 3 行目

誤: 連接

正: 連接な

● p205. 定理 4.3.2 の 2 行目の式の右辺

誤: $dx_{i_i} \wedge dx_{i_2} \wedge \cdots \wedge dx_{i_r}$

正: $dx_{i_1} \wedge dx_{i_2} \wedge \cdots \wedge dx_{i_r}$

● p208. 16 〜 17 行目

誤: Y 上では $0 = df = \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_n}{\partial y_i} dy_i = \sum_{j=1}^{n} f_{y_i} dy_i$ であるから，

$$dy_n = -\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_i} dy_i$$

正: Y 上では $0 = df = \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_n}{\partial y_j} dy_j = \sum_{j=1}^{n} f_{y_j} dy_j$ であるから，

$$dy_n = -\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j$$

● p208. 下から 3 行目

誤: $\displaystyle\left(-\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_i} dy_i \right)$

正: $\displaystyle\left(-\frac{1}{f_{y_n}} \sum_{j=1}^{n-1} f_{y_j} dy_j \right)$

● p209. 下から 11 行目

誤: 写像 $\psi\colon \mathcal{O}_Y(K_Y - D|_Y) \longrightarrow \mathcal{O}_D(K_X)$ を,

正: 写像 $\psi\colon \mathcal{O}_Y(K_Y - Y|_Y) \longrightarrow \mathcal{O}_X(K_X)$ を,

● p210. 11 行目

誤: $r+1 \leqq i \leqq i \leqq n$ に対して,

正: $r+1 \leqq i \leqq j \leqq n$ に対して,

● p229. 注意 5.1.13a の最後の行

仮定を正確に書いてないのが悪いのですが, P が F の非特異点のときは $d\varphi_P$ は全射ですが, P が F の特異点のときは全射にはなりません.

誤: $0 \longrightarrow T_{F,P} \longrightarrow T_{S,P} \xrightarrow{d\varphi_P} T_{\Gamma,Q} \longrightarrow 0$

正: $0 \longrightarrow T_{F,P} \longrightarrow T_{S,P} \xrightarrow{d\varphi_P} T_{\Gamma,Q}$

● p232. 8 行目と 16 行目

誤: と中心とした

正: を中心とした

● p237. 7 行目

誤: $\mathrm{ann}(\overline{x}) = \sqrt{\mathfrak{q}_1}$ を示す.

正: $\mathrm{ann}(\overline{x_1}) = \sqrt{\mathfrak{q}_1}$ を示す.

● p238. $(K) \Longrightarrow (S_2)$ の証明の 6 行目

誤: 単射 $\varphi R/aR \longrightarrow$

正: 単射 $:\varphi R/aR \longrightarrow$

● p241. 定理 5.3.6a.

以下のように, 表現を修正します.

[差し替え原稿]

定義 5.3.6a. X, Y は代数多様体, $\varphi\colon X \to Y$ は正則写像, $\pi\colon \mathbb{P}^n \times Y \to Y$ は正射影とする. ある自然数 n と閉部分多様体 $Z \subset \mathbb{P}^n \times Y$ と同型写像 $\psi\colon X \to Z$ が存在し, $\varphi = \pi \circ \psi$ が成り立つとき, φ は**射影 (的) 正則写像**であると言う.

● p241. 定理 5.3.6c の証明の 3 行目

誤: $\varphi^{-1}(P) = Z_1 \cup X_2$, $Z_1 \cap Z_2 = \phi$ と 2 つ以上の代数的集合

正: $\varphi^{-1}(P) = Z_1 \cup Z_2$, $Z_1 \cap Z_2 = \phi$ と 2 つの代数的集合

● p243. 定理 5.3.9 の証明の 6 行目

誤: $Z \cap \operatorname{Supp} D = \varphi$, $Z \cap \operatorname{Supp} D' = \varphi$

正: $Z \cap \operatorname{Supp} D = \phi$, $Z \cap \operatorname{Supp} D' = \phi$

● p.251. 1 行目. 13 〜 14 行目

X が 2 つの意味で使われているので，3ヶ所の X を T と書き換えて下さい．その結果，以下のようになります.

[修正後]

R はネーター局所環，M は R-加群，$T \subset M$ とする.

$$\operatorname{ann}(T) = \left\{ a \in R \;\middle|\; \text{任意の } x \in T \text{ に対して } ax = 0 \right\}$$

● p260. 定理 5.4.6c の 1 行目

誤: (**サリスキー (Zariski) 分解**)

正: (**ザリスキー (Zariski) 分解**)

● p262. 系 5.4.6d の 3 行目とその証明の 5 行目，6 行目

同じ間違いが 3ヶ所あります.

誤: $H^0(S, \mathcal{O}_S(mm_0D)$

正: $H^0(S, \mathcal{O}_S(mm_0D))$

● p263. 補題 5.4.7 の証明の 18 行目

誤: β を少し動かしても m 値が変わらない

正: β を少し動かしても m の値が変わらない

● p268. 下から 6 行目

誤: $\operatorname{Bs} V := \bigcap_{D' \in V} \operatorname{Supp} D' = \phi$

正: $\operatorname{Bs} V := \left\{ P \in C \;\middle|\; \text{任意の } f \in V \text{ に対して } f(P) = 0 \right\} = \phi$

● p275. 下から 8 行目

誤: 点 P における接ベクトル $\mathbf{t}_1 \neq \mathbf{t}_2 \in T_{X,P}$

正: 点 P における 1 次独立な接ベクトル $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2 \in T_{X,P}$

● p.277. 1 行目. 補題 5.5.16a(1) の証明の 4 行目

誤: $m\pi_P^* D| \sim 0$ となので,

正: $m\pi_P^* D|_{C'_P} \sim 0$ なので,

● p.277. 下から 9 行目. 補題 5.5.16a(2) の証明 (II) の 1 行目

誤: (II) $P \in S$ と $\mathbf{0}$ でない接ベクトル $\mathbf{t}_1 \neq \mathbf{t}_2 \in T_{S,P}$ を取る.

正: (II) $P \in S$ と 1 次独立な接ベクトル $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2 \in T_{S,P}$ を取る.

● p.277. 下から 4 行目. 補題 5.5.16a(2) の証明 (II) の 6 行目

誤: $\psi_m(C) \subset \Phi_m(S) \subset \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(\boldsymbol{L}_S(mD)^\vee)$ とみなす.

正: $\phi_m(C) \subset \Phi_m(S) \subset \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(\boldsymbol{L}_S(mD)^\vee)$ とみなす.

● p.280. 11 行目.

誤: $\deg C|_C = (C^2)_S = m$ のとき,

正: $\deg C|_C = (C^2)_S = d$ のとき,

● p.280. 13 行目.

誤: $\mathfrak{I}_C/\mathfrak{I}_C^2 \cong \mathfrak{O}_C(-C) \cong \mathfrak{O}_{\mathbb{P}^1}(-m)$

正: $\mathfrak{I}_C/\mathfrak{I}_C^2 \cong \mathfrak{O}_C(-C) \cong \mathfrak{O}_{\mathbb{P}^1}(-m)$

● p.280. 14 行目.

誤: いま, $m = 0$ だから,

正: いま, $d = 0$ だから,

● p.280. 下から 3 行目.

誤: $0 < (D' \cdot C)_S = ((K_S - mD) \cdot C)_S < 0$

正: $0 \leqq (D' \cdot C)_S = ((K_S - mD) \cdot C)_S < 0$

● p.281. 8 〜 9 行目.

誤: 任意の $f \in R'_P$ は十分大きな m を選べば $\boldsymbol{L}_{C'}(\pi^*(mD + B))$ の元の像として書け, R'_P/R_P は有限次元 $\mathbb{C}$-ベクトル空間なので,

正: 任意の $f \in R'_P/R_P$ は十分大きな m を選べば $\boldsymbol{L}_{C'}(\pi^*(mD + B))$ の元の像として書け, $\mathrm{Sing}(C)$ は有限次元集合なので,

● 記号索引

以下の 13 個の項目のページ番号が間違っていて, 正しいページ番号より 1 だけ小さい値になっていました.

$\dim V$　　43 → 44

$H^r(C, \mathfrak{F})$　　118 → 119

$(\mathbb{P}^n)^\vee$　131 → 132

$\Omega^r_{\mathrm{Rat}(X)}$　204 → 205

$\varphi_*\mathfrak{F}$　306 → 307

$D_1 \equiv D_2$　258 → 259

$\mathfrak{F}_P$　303 → 304

$X \times Y$　362 → 363

$\overline{\mathrm{NE}}(X)$　371 → 372

$\kappa(X)$　372 → 373

$\mathcal{S}pec\,\mathcal{S}$　386 → 387

$\mathbf{Proj}\,\mathcal{S}$　386 → 387

● 用語索引

以下の 56 個の項目のページ番号が間違っていました.

(-2)-曲線　405 → 406

$*$-作用素　352 → 353

Minkovski の定理　465 → 466

UFD　175 → 176

Zariski の補題　425 → 426

Zariski 分解　371 → 260

アルバネーゼ写像　361 → 362

飯高次元　372 → 373

エンリックェス・カステルヌボーの定理　264 → 265

可微分多様体　289 → 290

可約　347 → 348

基本サイクル　408 → 409

局所化　47 → 48

倉西空間　377 → 378

倉西族　377 → 378

小平次元　372 → 373

コホモロジー　118 → 119

コントラクション　264 → 265

ザリスキーの補題　425 → 426

ザリスキー分解　371 → 260

算術的同値　258 → 259

次元　43 → 44

準コンパクト　90 → 91

順像　306 → 307

正則写像　71 → 72

M-正則列　235 → 236

切断　427 → 428

全射　305 → 306

双対空間　131 → 132

双有理写像　185 → 186

双有理同値　185 → 186

素元分解整域　175 → 176

第 1 種例外曲線　264 → 265

代数 (多元環)　26 → 26 〜 27

単射　305 → 306

タンジェント多様体　221 → 222

単体的複体　293 → 294

単体分割　293 → 294

直積 (多様体)　86 → 87

定数層　107 → 108

同型 (簡易層)　112 → 113

同型写像 (簡易層)　112 → 113

特異点解消　210 → 211

ファイバー曲面　424 → 425

ファイバー積　362 → 363

複体　113 → 114

部分層　304 → 305

分岐　363 → 364

分岐公式　127 → 128

分岐指数　363 → 364

分岐点　363 → 364

ミンコフスキーの定理　465 → 466

有限多元環　26 → 27

有限生成 (多元環)　　$26 \to 27$

有限単体分割　　$293 \to 294$

連接 (層)　　$310 \to 311$