

(2009年1月5日版)

p.15 下から 8 行目 (半時計回り 反時計回り)

誤: この 2 つの角度は, 点 A から円周 C_1, C_2 を半時計回りに回る向

正: この 2 つの角度は, 点 A から円周 C_1, C_2 を反時計回りに回る向

p.43 4 行目 (99 80)

誤: $19 + 20 + 21 + \cdots + 99 = 99 \times 31$

正: $19 + 20 + 21 + \cdots + 80 = 99 \times 31$

p.46 下から 6 行目 ~ p.47 7 行目までの問 17 の解答を以下の解答に差し替える .

問 17. m を自然数, k は整数で $0 \leq k \leq 9m$ を満たすとする . このとき, 集合 $A(m, k)$ を

$$A(m, k) = \left\{ (a_1, \dots, a_m) \mid \begin{array}{l} a_1, \dots, a_m \text{ は } 0 \text{ 以上 } 9 \text{ 以下の整数で} \\ a_1 + \dots + a_m = k \end{array} \right\}$$

で定義し, $A(m, k)$ の要素の個数を $f(m, k) = \#A(m, k)$ とする . 後の都合上, $k < 0$ または $k > 9m$ の場合は $f(m, k) = 0$ と約束しておく .

(a_1, \dots, a_n) に整数 $a_1 + 10a_2 + \cdots + 10^{n-1}a_n$ を対応させて考えれば, 10^n 未満の 9 の (正の) 倍数のうち, 各桁の数字の和が $9(n-2)$ に等しい数の個数は $f(n, 9(n-2))$ であり, 各桁の数字の和が $9(n-1)$ に等しい数の個数は $f(n, 9(n-1))$ である . 問題を一般化して, 次のことを証明すれば,

$$f(n, 9(n-2)) > f(n, 9(n-1))$$

が証明される .

(0) $0 \leq k \leq 9$ に対し, $f(1, k) = 1$.

- (1) $m \geq 2, k < (9m+1)/2$ ならば $f(m, k-1) < f(m, k)$.
 (2) $k = (9m+1)/2$ ならば $f(m, k-1) = f(m, k)$.
 (3) $m \geq 2, k > (9m+1)/2$ ならば $f(m, k-1) > f(m, k)$.

まず, $A(1, k) = \{(k)\}$ だから, (0) が成り立つ. 以下 $m \geq 2$ とする.

$(9 - a_1, \dots, 9 - a_m) \in A(m, 9m - k)$ を対応させる写像は全単射であるので,

$$f(m, k) = f(m, 9m - k)$$

である. これより, (2) が得られ, また, (1) と (3) が同値であることがわかる. そこで, m に関する帰納法で (1) を証明する.

$$B(m, k) = \{(a_1, \dots, a_m) \in A(m, k) \mid a_1 = 0\}$$

$$C(m, k) = \{(a_1, \dots, a_m) \in A(m, k) \mid a_1 = 9\}$$

とし, $A(m, k)$ における $B(m, k), C(m, k)$ の補集合をそれぞれ $\overline{B(m, k)}, \overline{C(m, k)}$ とする.

$(a_1, \dots, a_m) \in \overline{C(m, k-1)}$ に対して $(1 + a_1, a_2, \dots, a_m) \in \overline{B(m, k)}$ を対応させる対応は 1 対 1 なので, $\#\overline{C(m, k-1)} = \#\overline{B(m, k)}$ である. 従って,

$$\begin{aligned} f(m, k) - f(m, k-1) &= \#B(m, k) - \#C(m, k) \\ &= f(m-1, k) - f(m-1, k-10) \end{aligned}$$

が成り立つ. $0 \leq k < (9m+1)/2$ とする.

$m = 2$ ならば $f(m-1, k) = 1, f(m-1, k-10) = 0$ なので $f(m, k) > f(m, k-1)$ が成り立つ.

$m \geq 3$ とする. もし $0 \leq k < (9m-8)/2$ ならば, 帰納法の仮定から $f(m-1, k) > f(m-1, k-10)$ なので, $f(m, k) > f(m, k-1)$ が成り立つ.

$(9m-8)/2 \leq k < (9m+1)/2$ ならば, $k-10 < 9m-k-9 < (9m-8)/2$ なので,

$$f(m-1, k) = f(m-1, 9(m-1)-k) = f(m-1, 9m-k-9) > f(m-1, k-1)$$

が成り立ち, $f(m, k) > f(m, k-1)$ が成り立つ. \square

p.137 下から 5 行目 $((-1)^n \quad (-1)^k)$

誤: (II) $\sum_{k=1}^{2n} \{1 + (-1)^n\} a_k = 2 \sum_{k=1}^n a_{2k}$ というような変形を行うには,

正: (II) $\sum_{k=1}^{2n} \{1 + (-1)^k\} a_k = 2 \sum_{k=1}^n a_{2k}$ というような変形を行うには,

p.137 下から 3 行目 $((-1)^n \quad (-1)^k)$

誤: $\sum_{k=1}^{2n} \{1 + (-1)^n\} a_k = 2a_2 + 2a_4 + 2a_6 + \cdots + 2a_{2n} = 2 \sum_{k=1}^n a_{2k}$

正: $\sum_{k=1}^{2n} \{1 + (-1)^k\} a_k = 2a_2 + 2a_4 + 2a_6 + \cdots + 2a_{2n} = 2 \sum_{k=1}^n a_{2k}$

p.138 下から 7 行目 $(2 \text{ つ目の } \sum \text{ の下の } i = 1 \quad i = j)$

誤: n を動く . 従って, 総和の値は $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}$ に等しい.

正: n を動く . 従って, 総和の値は $\sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n a_{ij}$ に等しい.

p.139 下から 9 行目 $(\text{左辺の分母 } 2 \quad n)$

誤: $\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{2} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$ ①

正: $\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$ ①

p.156 下から 9 行目 (\equiv)
誤: $\triangle PQ_1Q_2 \equiv \triangle PR_2R_1$ となる。
正: $\triangle PQ_1Q_2 \triangle PR_2R_1$ となる。

p.162 11 行目 (A_I, I_A)
誤: よって, $A_I A \perp I_B I_C$ である。
正: よって, $I_A A \perp I_B I_C$ である。

p.162 13 行目 ($A_I, B_I, C_I, I_A, I_B, I_C$)
誤: $A_I A \perp I_B I_C, B_I B \perp I_C I_A, C_I C \perp I_A I_B$
正: $I_A A \perp I_B I_C, I_B B \perp I_C I_A, I_C C \perp I_A I_B$