

数学オリンピック事典正誤表

(2024年8月2日版)

初版第4刷以降にも残っている誤植.

以下の誤植は初版第1刷以降のすべての版にある誤植です. 初版第1刷~第3刷については, 下記のリストに加えて「初版第1~3刷にある誤植」を参照して下さい.

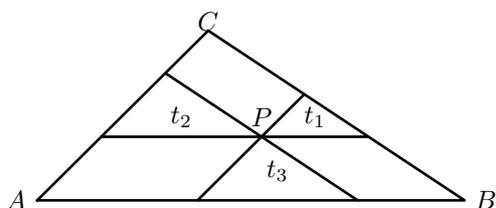
現在, 野口廣先生は逝去され, 編集委員会が消滅していて, さらに第4刷の最終稿ファイルも行方不明なので, 増刷後もこのまま誤植が残ったままになる可能性が高いと思われます. 今後の改訂も困難と思われます. 申し訳ありません. なお, この正誤表の大半は, 分担執筆者の了解を得ずに安藤が個人的に作成したものです. 安藤のところには, 初版第1刷の元になったファイルがありますが, 校正前のもので最終稿ではないと思います.

注意: ページ内の行の位置は, 版・刷によって若干ずれている可能性があります.

【基礎編第0章】

p.16 【基礎 0.3.1】の図 (2010.8.18)

下記の図のように, 2つある  $t_3$  の一方を  $t_2$  に訂正して下さい.



p.24 【基礎 0.4.4】の解答の下から4行目 (2016.6.17)

$$\text{誤: } \cot e = \cot(a+b) = \frac{3 \cdot 7 - 1}{3 + 7} = -2$$

$$\text{正: } \cot e = \cot(a+b) = \frac{3 \cdot 7 - 1}{3 + 7} = 2$$

【基礎編第1章】

p.62 左段 下から16~15行目【基礎 1.1.6】の問題文の1~3行目 (2020.10.23)

誤:

Aを次の条件1), 2)を満たす正整数の集合とする.

1) 2, 3, 5, 7, 11, 13以外の素因数をもたない.

2)  $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ のいずれでも割り切れない.

正:

Aを次の条件(i), (ii)を満たす正整数の集合とする.

(i) 2, 3, 5, 7, 11, 13以外の素因数をもたない.

(ii)  $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ のいずれでも割り切れない.

p.63 左段 21行目 (2020.10.23)

誤: (i) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29以外の素因数をもたない

正: (i)' 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29以外の素因数をもたない

p.77 左段 下から12~11行目【基礎 1.2.14】の解答の終わりのほう (2007.6.1)

誤: さらに,  $2^{98} = 2^{3 \times 32 + 1} = (2^3)^{32} \cdot 2^1 = 8^{32} \cdot 2 \equiv 1^{32} \cdot 2 = 2 \pmod{7}$  だから,  $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$  である.

正: さらに,  $2^{98} = 2^{3 \times 32 + 2} = (2^3)^{32} \cdot 2^2 = 8^{32} \cdot 2^2 \equiv 1^{32} \cdot 4 = 4 \pmod{7}$  だから,  $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$  である.

p.90 右段 8行目【基礎 1.4.11】の解答の4行目 (2010.9.13)

$$\text{誤: } = (2^{27})((2^{n-27})^2 + 2 \cdot 2^{945} + 1)$$

$$\text{正: } = (2^{27})^2((2^{n-27})^2 + 2 \cdot 2^{945} + 1)$$

p.99 左段 最下行【基礎 1.7.4】の解答の2行目 (2022.8.24)

誤:  $m$  を  $1 \leq m \leq 198$  なる整数とし

正:  $n$  を  $1 \leq n \leq 198$  なる整数とし

p.105 右段【基礎 1.7.37】の解答の最初の4行 (2010.8.18)

誤: 解答.  $m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \frac{19}{2}\right)^2 + \frac{35}{4}$  とおく.  $4m^2 - (2n - 19)^2 = 35$ , つまり

$$(2m + 2n - 19)(2m - 2n + 19) = 35$$

であり,  $(2m + 2n - 19) + (2m + 2n + 19) > 0$  なので,

正: 解答. ある自然数  $m$  によって,

$$m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \frac{19}{2}\right)^2 + \frac{35}{4}$$

と書ける.  $4m^2 - (2n - 19)^2 = 35$ , つまり

$$(2m + 2n - 19)(2m - 2n + 19) = 35$$

であり,  $(2m + 2n - 19) + (2m - 2n + 19) = 4m > 0$  なので,

p.106 左段【基礎 1.7.38】の解答の後の参考 (2010.8.18)

次の 2 行を削除して下さい.

参考. 同様に  $50! = 25! \cdot 2^{25} M^2$  と書けるから  $25!$  を取り除いてもよい.

(この参考の説明は間違っています.)

p.112 左段【基礎 1.7.59】の解答 (b) の 1 行目 (2012.7.9)

誤:  $x^2 < xy + x < xy < y$

正:  $x^2 < xy + x < xy + y$

p.121 左段【基礎 1.8.29】の解答の 4 行目 (2012.7.17)

誤: また,  $c_r = (-1)^r {}_{2n}C_{r-n} \in \mathbb{Z}$  ( $n \leq r \leq 2n$ ) として,

正: また,  $c_r = (-1)^{r-n} {}_n C_{r-n} \in \mathbb{Z}$  ( $n \leq r \leq 2n$ ) として,

(初版第 1 刷 ~ 第 3 刷には別の誤植もあります)

## 【基礎編第 2 章】

p.137 右段【基礎 2.3.14】(1990AIME 問 4) の解答の下から 2 行目 (2010.12.20)

誤:  $x^2 - 10x = 39$  の正の解は, 13 である. 従って  $x^2 - 10x = 39$  の正の実数解は 13 である.  $\square$

正:  $x^2 - 10x = 39$  の正の解は, 13 である. これが求める解である.  $\square$

p.138 右段【基礎 2.3.18】の解答の下から 2 行目 (2016.6.17)

誤: この方程式 2 つの実数解をもち,

正: この方程式は 2 つの実数解をもち,

p.139 左段【基礎 2.3.19】の解答の下から 4 行目 (2024.8.2)

誤: 元の方程式に代入して整理して

正: 元の方程式に代入して整理して

p.169 左段【基礎 2.6.26】の解答の 6 ~ 7 行目 (2016.6.17)

誤:

$$a_1 > a_2 > \cdots > a_r > n \geq a_{r+1} > \cdots > a_n$$

$$b_1 < b_2 < \cdots < b_r \leq n < b_{r+1} < \cdots < b_n$$

正:

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_r < n \leq a_{r+1} < \cdots < a_n$$

$$b_1 > b_2 > \cdots > b_r \geq n > b_{r+1} > \cdots > b_n$$

【基礎編第3章】

p.200 右段 11 行目【基礎 3.1.3】の問題の 3 行目 (2020.10.23)

誤: (1)  $|\vec{a} + \vec{b}|$  を最小にする  $t$  の値と, 長さの最小値を求めよ.

正: (1)  $|\vec{a} + t\vec{b}|$  を最小にする  $t$  の値と, 長さの最小値を求めよ.

p.215 左段 17 行目【基礎 3.2.21】の問題の 6 行目 (2010.9.15)

誤:  $a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2 = c_1c_2c_3$

正:  $a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2 = a_3b_3c_3$

p.215 左段 下から 10 行目【基礎 3.2.21】の解答の 3 行目 (2010.9.13)

誤: よって,  $\frac{a_1}{a_3} = \frac{b_3}{b_1}$ ,

正: よって,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_3}{b_1}$ ,

p.228 左段【基礎 3.3.2】の解答の 7 行目 (2016.6.17)

誤:  $= \frac{(4m+1)4m}{2} + \frac{(4m+2)(4m+1)}{2}$

正:  $= \frac{(4m+1)4m}{2} - \frac{(4m+2)(4m+1)}{2}$

p.232 右段【基礎 3.3.16】の解答の 4 行目 (2016.6.17)

誤: なので,  $f_1(x) = 0$  の解は

正: なので,  $f_1(x) = 1$  の解は

p.233 右段【基礎 3.3.19】の解答の 2 行目 (2016.6.17)

誤:  $x = e^{2\pi\sqrt{-1}/k} = \cos \frac{2\pi}{k} + \sqrt{-1} \sin \frac{2\pi}{k}$

正:  $x = e^{2k\pi\sqrt{-1}/7} = \cos \frac{2k\pi}{7} + \sqrt{-1} \sin \frac{2k\pi}{7}$

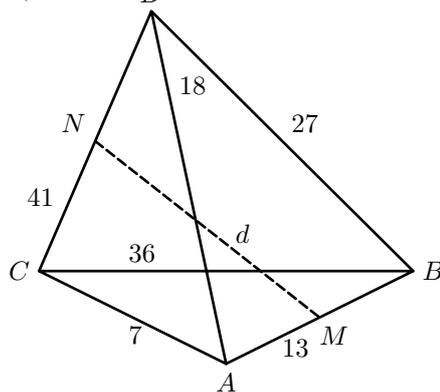
p.243 右段 下から 2 行目【基礎 3.4.18】の解答の最初のほう

誤: また  $D_{i+1}$  を通り  $A_iA_{i+1}$  に平行な直線と  $A_iB_i$  の交点を  $D_i$  とする.

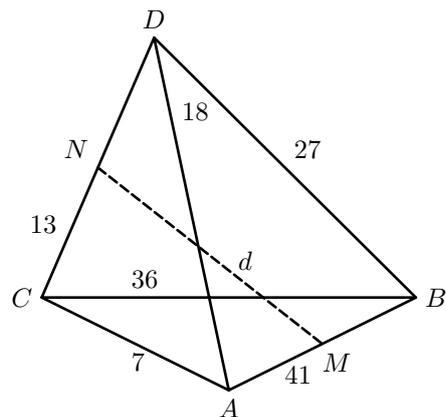
正: また  $C_{i+1}$  を通り  $A_iA_{i+1}$  に平行な直線と  $A_iB_i$  の交点を  $D_i$  とする.

p.285 左段【基礎 3.7.6】(1998AIME 問 12) の解答の図 (2010.12.20)

誤:



正:



図の中の  $AB$  と  $CD$  の長さが逆になっています.

【基礎編第4章】

p.325 左段【基礎 4.3.6】(1998AIME 問 9) の解答の下から 2 行目 (2010.12.20)

誤:  $(60-m)^2 = 2160$  の解のうち  $0 < m < 60^2$  のものを求めると

正:  $(60-m)^2 = 2160$  の解のうち  $0 < m < 60$  のものを求めると

【演習編第1章】

p.411 右段 下から 8 行目【演習 1.2.2】の解答 (2010.8.28)

$$\begin{aligned} \text{誤: } &= \overbrace{99 \cdots 980}^{162 \text{桁}} \overbrace{\cdots 01}^{82 \text{桁}} \\ \text{正: } &= \overbrace{99 \cdots 980}^{80 \text{桁}} \overbrace{\cdots 01}^{80 \text{桁}} \end{aligned}$$

p.414 右段 下から 7 行目 【演習 1.2.14】の問題  
本文の 1 行目 (2021.9.21)

誤:  $n^m = 4m^n$  を満たすような正整数  $m, n$  の組  
をすべて求めよ.

正:  $m^n = 4n^m$  を満たすような正整数  $m, n$  の組  
をすべて求めよ.

または, 解答中の  $m, n$  を入れ替えて読んで下さい.

p.414 右段 下から 5 ~ 4 行目 【演習 1.2.14】の  
解答の 1 ~ 2 行目 (2021.9.21)

誤:  $m = 2^a M, n = 2^b N$  ( $m, N$  は奇数,  $a, b$  は非  
負整数) とおき,  $n^m = 4m^n \cdots (1)$  に代入すると,

正:  $m = 2^a M, n = 2^b N$  ( $M, N$  は奇数,  $a, b$  は非  
負整数) とおき,  $m^n = 4n^m \cdots (1)$  に代入すると,

p.421 左段 下から 3 行目 【演習 1.2.31】の問題  
(2010/8/27)

誤: ある整数  $m$  が存在して  $2^n - 1$  が  $m^2 + 9$  の  
倍数になるような,

正: ある整数  $m$  が存在して  $2^n - 1$  が  $m^2 + 9$  の  
約数になるような,

p.458 右段 下から 13 ~ 15 行目 【演習 1.3.10】西  
の塔 3 階の 2 ~ 4 行目 (2013.7.22)

誤:  $L$  は正の整数で  $q$  より小さな素因数をもたない  
とする ( $q|L$  であってもよいが, もちろん  $p|L$  では  
ない).

正:  $M$  は正の整数で  $q$  より小さな素因数をもたない  
とする ( $q|M$  であってもよいが, もちろん  $p|M$  で  
はない).

p.460 左段 10 行目 【演習 1.3.10】東の塔 3 階の  
6 行目 (2013.7.22)

$$\text{誤: } \text{ord}_p(r^m + 1) \geq 2m$$

$$\text{正: } \text{ord}_p(r^n + 1) \geq 2m$$

p.460 左段 下から 11 行目 【演習 1.3.10】東の塔  
3 階の解答の最後から 3 行目 (2013.7.22)

$$\text{誤: } 2m \leq \text{ord}_p(r^m + 1)$$

$$\text{正: } 2m \leq \text{ord}_p(r^n + 1)$$

p.494 左段 【演習 2.3.29】の解答の 5 行目  
(2016.6.17)

$$\text{誤: } S_n = \left( \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} \right) + \cdots + \left( \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_n}{a_1} \right) \geq 2n$$

$$\text{正: } S_n = \left( \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} \right) + \cdots + \left( \frac{a_1}{a_n} + \frac{a_n}{a_1} \right) \geq 2n$$

p.494 右段 2 ~ 3 行目 【演習 2.3.29】の解答の  
18 ~ 19 行目 (2016.6.17)

誤: 自然数であるから,  $k = 1, 2$  または  $4$  である.  
このとき, いずれの場合も  $S_3 = 7 < 9$  で (b) が成り  
立つ.

正: 自然数で  $a_1 \leq a_2$  であるから,  $k = 2$  または  $4$   
である. いずれの場合も  $S_3 < 9$  で (b) が成り立つ.

p.497 右段 【演習 2.3.34】の解答の 5 行目  
(2016.6.17)

誤: ( $S = 0$  となるのは  $y = z = 0$  のときである.)

正: ( $G = 0$  となるのは  $y = z = 0$  のときである.)

p.498 右段の最終行 【演習 2.3.37】の解答の 19  
行目 (2016.6.17)

誤:  $(D_1 + D_2)^2 = (D_1 - D_2)^2 - 4D_1D_2$  より,

正:  $(D_1 + D_2)^2 = (D_1 - D_2)^2 + 4D_1D_2$  より,

p.525 左段の最後から 7 行目 【演習 2.6.8】の解  
答の 14 行目 (2016.6.17)

誤:  $q$  に関する帰納法で示そう.

正:  $n$  に関する帰納法で示そう.

p.564 右段の 9 行目 【演習 3.2.20】の解答の 16  
行目 (2016.6.17)

誤: したがって, 直線  $BB_0$  は線分  $C_0C_1, DE,$   
 $A_0A_1$  を二等分する.

正: したがって, 直線  $BB_0$  は線分  $C_0C_1, DE, A_0A$   
を二等分する.

p.627 右段 下から 14 行目. 【演習 3.6.3】の解  
答の 1 行目 (2020.10.23)

誤: (a)  $A_0$  を原点に置き,

正: (1)  $A_0$  を原点に置き,

p.627 右段 下から 4 行目. 【演習 3.6.3】の解答  
(2020.10.23)

誤: (b)  $\text{Int } U$  で集合  $U$  の内点全体を表すことに  
する.

正: (2)  $\text{Int } U$  で集合  $U$  の内点全体を表すことに  
する.

p.627 右段 下から 3 行目. 【演習 3.6.3】の解答  
(2020.10.23)

誤: (a) の計算結果より,

正: (1) の計算結果より,

巻末の【出典別索引】(基礎編・演習編共通)

巻末索引の p.3 中段 5 行目 (2024.4.10)

誤: 1992JMO 本選問 2 ... 演習 4.6.20

正: 1992JMO 本選問 2 ... 演習 3.2.36.

巻末索引の p.5 左段 1 行目

誤: 1999AIME 問 4 ... 基礎 3.6.0

正: 1999AIME 問 4 ... 基礎 3.5.1

初版第 1 ~ 3 刷にある誤植。  
 以下の誤植は初版第 3 刷までにある誤植で、初版第 4 刷以降では訂正されています。

【基礎編第 0 章】

p.11 左段 6 行目

誤: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5)

正: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5, 10 年生問 5)

p.20 左段 13 ~ 14 行目

誤: 点  $O$  を中心する円周上に 4 点  $A, B, C, D$  があるとき

正: 円周に四角形  $ABCD$  が内接しているとき

【基礎編第 1 章】

p.83 右段 下から 8 ~ 9 行目

誤: 上のように  $\{b_n\}, \{p_n\}, \{q_n\}$  を定めるとき,  $b_0$  を除いた数列  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  は

正: 上のように  $\{a_n\}, \{p_n\}, \{q_n\}$  を定めるとき,  $a_0$  を除いた数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  は

p.121 の【基礎 1.8.29】の解答を、以下と差し替える。

【基礎 1.8.29】

(a)  $h$  が 0 でない有理数のとき,  $e^h$  は無理数であることを証明せよ。

(b)  $\pi$  は無理数であることを証明せよ。

解答. (a) まず,  $h$  が自然数の場合を考える。

$$f(x) = \frac{x^n(1-x)^n}{n!} \text{ とおく.}$$

$$0 < x < 1 \text{ のとき } 0 < f(x) < \frac{1}{n!} \quad (1)$$

である。また,  $c_r = (-1)^r {}_n C_{r-n} \in \mathbb{Z} \ (n \leq r \leq 2n)$  として,

$$f(x) = \sum_{r=n}^{2n} \frac{c_r x^r}{n!}$$

であるから, その  $r$  階導関数は

$$f^{(r)}(0) = \begin{cases} \frac{r! c_r}{n!} \in \mathbb{Z} & (n \leq r \leq 2n \text{ の場合}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

となる。同様に,  $f(1-x) = f(x)$  であるから, 任意の非負整数  $r$  に対し  $f^{(r)}(1) \in \mathbb{Z}$  である。また  $f^{(2n+1)} = 0$  である。さて,

$$F(x) = \sum_{r=0}^{2n} (-1)^r h^{2n-r} f^{(r)}(x)$$

を考える。上の考察から  $F(0), F(1)$  は整数である。

$$\frac{d}{dx}(e^{hx} F(x)) = e^{hx}(hF(x) + F'(x))$$

$$= e^{hx} \left( \sum_{r=0}^{2n} (-1)^r h^{2n+1-r} f^{(r)}(x) + \sum_{r=1}^{2n+1} (-1)^{r+1} h^{2n+1-r} f^{(r)}(x) \right)$$

$$= e^{hx} (h^{2n+1} f(x) + f^{(2n+1)}(x)) = e^{hx} h^{2n+1} f(x)$$

であるから, これを積分して,

$$h^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx = e^h F(1) - F(0) \quad (2)$$

を得る。もし,  $e^h = \frac{a}{b}$  ( $a$  と  $b$  は互いに素) と表せれば, (2) より

$$bh^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx = aF(1) - bF(0) \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

である。ところが, (1) より,

$$0 < \int_0^1 e^{hx} f(x) dx < \frac{1}{n!} \int_0^1 e^{hx} dx = \frac{1}{n!} \frac{e^h - 1}{h}$$

であるから,

$$bh^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx < \frac{(a-b)h^{2n}}{n!} \quad (4)$$

となる。ここで,  $n$  を十分大きい整数とすれば (4) の右辺は 1 より小さいから, (3) と矛盾する。従って,  $h$  が自然数のとき  $e^h$  は無理数である。

$h$  が負の整数のときは,  $e^{-h} = \frac{1}{e^h}$  が無理数なので,  $e^h$  も無理数である。

$h = \frac{p}{q}$  ( $p$  と  $q$  は互いに素な整数) のときには,  $(e^h)^q = e^p$  が無理数なので,  $e^h$  は有理数でありえず, 無理数となる。

(b)  $\pi$  が有理数であると仮定すると,  $\pi^2$  も有理数になる.  $\pi^2 = \frac{a}{b}$  ( $a$  と  $b$  は互いに素) と表す. (a) で用いた  $f(x)$  を使い

$$G(x) = b^n \sum_{r=0}^n (-1)^r \pi^{2n-2r} f^{(2r)}(x)$$

とおく.  $G(0), G(1)$  は整数である. (a) と同様な計算で

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (G'(x) \sin \pi x - \pi G(x) \cos \pi x) \\ = (G''(x) + \pi^2 G(x)) \sin \pi x \\ = b^n \pi^{2n+2} f(x) \sin \pi x = \pi^2 a^n f(x) \sin \pi x \end{aligned}$$

となる. これを積分して,

$$\begin{aligned} \pi \int_0^1 a^n f(x) \sin \pi x dx \\ = \left[ \frac{g'(x) \sin \pi x - \pi G(x) \cos \pi x}{\pi} \right]_0^1 \\ = G(1) - G(0) \end{aligned}$$

となるが, (a) の (1) より,

$$\begin{aligned} 0 < \pi \int_0^1 a^n f(x) \sin \pi x dx \\ < \frac{\pi a^n}{n!} \int_0^1 \sin \pi x dx = \frac{2a^n}{n!} \end{aligned}$$

であるので,  $n$  を十分大きくとれば,  $G(1) - G(0)$  が整数でなくなり矛盾する. 従って,  $\pi^2$  も  $\pi$  も無理数である.  $\square$

### 【基礎編第2章】

p.168 右段 下から 11 行目

誤: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8)

正: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8, 9 年生問 6)

p.170 左段 下から 1 行目

誤:

$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2} x^{r-1} - \sum_{k=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

正:

$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2} x^{r-1} - \sum_{k=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

### 【基礎編第3章】

p.236 左段 下から 4 行目

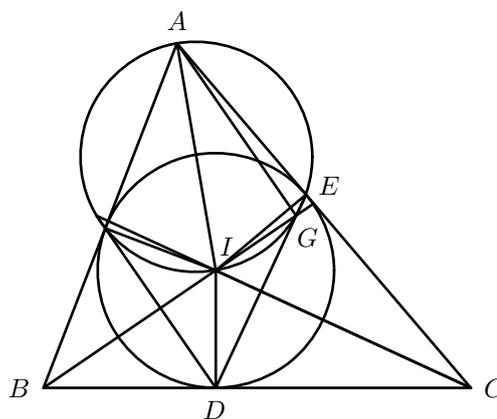
$$\text{誤: } \sin \theta = \frac{2s}{ac+bd}$$

$$\text{正: } \sin \theta = \frac{2S}{ac+bd}$$

p.263 右段. 【基礎 3.6.14】の図と解答を以下と差し替える.

### 【基礎 3.6.14】

三角形  $ABC$  の内心を  $I$  とし, 内接円と辺  $BC, CA$  との接点を各々  $D, E$  とする.  $BI$  と  $DE$  の交点を  $G$  とするとき,  $\angle AGB = 90^\circ$  であることを証明せよ.



解答. 四角形  $IDCE$  は,  $\angle IDC = \angle IEC = 90^\circ$  なので円に内接し,  $\angle IED = \angle ICD = \frac{1}{2} \angle C$  である. 一方,  $\angle AIG$  は 三角形  $ABI$  の外角なので,

$$\begin{aligned} \angle AIG &= \angle ABI + \angle BAI = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A) \\ &= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle C \end{aligned}$$

である. 点  $G$  が 三角形  $ABC$  上にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ + \angle IED = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ - \angle AIG,$$

点  $G$  が三角形  $ABC$  の外部にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ - \angle IED = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C = \angle AIG$$

であり, いずれの場合も, 4 点  $A, E, G, I$  は同一円周上にあることがわかる. ゆえに,

$$\angle AGE = \angle AEI = 90^\circ$$

である.  $\square$

p.265 左段 下から 8 行目. 【基礎 3.6.18】の問題文

誤: 三角形  $ABC$  の内心を  $O$  とし, 内接円が辺  $BC, CA, AB$  と接する点を各々  $A_1, A_2, A_3$  とする.

正: 三角形  $ABC$  の内心を  $O$  とし, 内接円が辺  $BC, CA, AB$  と接する点を各々  $A_1, B_1, C_1$  とする.

p.265 右段 図の下 6 行目. 【基礎 3.6.18】の解答誤:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角  $\angle B_1A_1A_2$  と  $\angle C_1A_1A_2$  とは相等しい.

正:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角  $\angle B_1A_1A_2$  と  $\angle C_1A_1A_2$  とは相等しい.

p.269 左段. 最初の図の下から【基礎 3.6.26】の直前までの段落を以下のように差し替える.

[差し替え前]

図のように, 円  $O_1$  と  $O_2$  の交点を  $A, B$ , 円  $O_2$  と  $O_3$  の交点を  $C, D$ , 円  $O_3$  と  $O_1$  の交点を  $E, F$  とする. 直線  $AB$  と  $CD$  の交点を  $P$  とし, 直線  $PE$  と円  $O_3, O_1$  の  $E$  以外の交点を各々  $F_3, F_1$  とする. 方冪の定理より

$$PE \cdot PF_3 = PC \cdot PD = PA \cdot PB = PE \cdot PF_1$$

が成り立つので,  $PF_3 = PF_1$ , すなわち  $F_3 = F_1$  である.  $F_3$  は  $O_3$  上の点,  $F_1$  は  $O_1$  上の点であったので,  $F_3 = F_1 = F$  となる. したがって, 3 直線  $AB, CD, EF$  は 1 点  $P$  で交わる.  $\square$

[差し替え後]

円  $O_2$  と  $O_3$  の根軸を  $l_1$ , 円  $O_3$  と  $O_1$  の根軸を  $l_2$ , 円  $O_1$  と  $O_2$  の根軸を  $l_3$  とし,  $l_1$  と  $l_2$  の交点を  $P$  とする.

点  $P$  を通る直線  $l$  が円  $O_1$  と 2 点  $X, Y$  で交わる時, 方冪  $m = PX \cdot PY$  は  $l$  に選び方に依らず一定である.  $P$  は根軸  $l_2, l_3$  上の点だから,  $P$  の  $O_2, O_3$  に関する方冪も  $m$  である. 従って,  $P$  は  $l_1$  上の点でもある.  $\square$

p.270 左段. 【基礎 3.6.28】の問題と解答を以下と差し替え

【基礎 3.6.28】(1997 バルト問 12)

平面上の 2 円  $C_1, C_2$  が相異なる 2 点  $P, Q$  で交わっている.  $P$  を通る直線が円  $C_1, C_2$  とそれぞれ点  $A, B$  で交わっている.  $AB$  の中点を  $Y$  とし,  $QY$  が円  $C_1, C_2$  とふたたび交わる点を各々  $X, Z$  とする.  $Y$  は線分  $XZ$  の中点であることを証明せよ.

解答. 図 1 のような場合を考える. 円周角の定理により,

$$\angle PAX = \angle PQX = \angle PBZ$$

である.  $\triangle AXY$  と  $\triangle BXZ$  は,  $\angle YAX = \angle YBZ$ ,  $AY = BY$ ,  $\angle AYX = \angle BYZ$  (対頂角) だから, 一辺と二角が等しく, 合同である. したがって  $YX = YZ$  であって,  $Y$  は  $XZ$  の中点である.

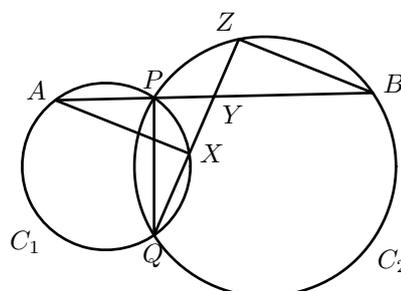


図 1

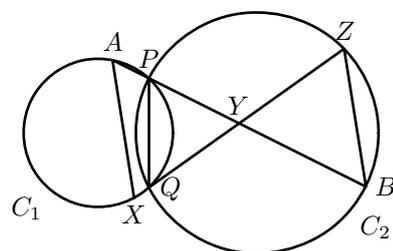


図 2

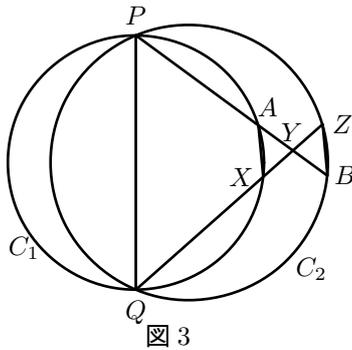


図 2, 図 3 の場合も, 同様な角度の計算で証明できる.  $\square$

p.277 右段 1 行目

誤:

$$az\bar{z} + bz + \bar{b}z\bar{z} + d = 0 \quad (2)$$

正:

$$az\bar{z} + bz + \bar{b}\bar{z} + d = 0 \quad (2)$$

p.287 右段 18 行目

誤: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体という.

正: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体という.

p.289 ~ p.290. 【基礎 3.8.8】の解答を以下と差し替える. 図はそのまま.

【基礎 3.8.8】

4 面の面積が等しい四面体は, 3 組の対辺の長さが等しく, 面がすべて合同であることを証明せよ.

解答. 初等幾何学的に証明することも可能だが, ここではヘロンの公式に基づく計算によって示す. 面のうち 3 辺の 2 乗の和が最大のものの 3 辺の長さを  $a, b, c$  とし, それと反対側にある頂点から他の 3 辺の長さを各々  $p, q, r$  とする.

$$a^2 + b^2 + c^2 \quad (1)$$

$$\geq \max\{a^2 + q^2 + r^2, b^2 + r^2 + p^2, c^2 + p^2 + q^2\}$$

と仮定しても一般性を失わない. さらに,

$$a^2 - p^2 \geq b^2 - q^2 \geq c^2 - r^2 \quad (2)$$

と仮定しても一般性を失わない. このとき,  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + q^2 + r^2$  より,

$$a^2 - p^2 \geq b^2 - q^2 \geq |c^2 - r^2| \geq 0 \quad (3)$$

である.

$$\begin{aligned} 16|\triangle ABC|^2 &= (a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c) \\ &= -a^4 + 2a^2(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2 \end{aligned}$$

に注意する.  $|\triangle ABC| = |\triangle BCD|$  より,

$$\begin{aligned} -a^4 + 2a^2(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2 &= -a^4 + 2a^2(q^2 + r^2) - (q^2 - r^2)^2 \end{aligned}$$

である. これを変形すると

$$\begin{aligned} 2a^2(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) &= (b^2 - q^2 - c^2 + r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \end{aligned} \quad (4)$$

となる. 同様に  $|\triangle ABD| = |\triangle ACD|$  より,

$$\begin{aligned} 2p^2(b^2 - q^2 - c^2 + r^2) &= (b^2 - q^2 + c^2 - r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \end{aligned} \quad (5)$$

を得る. すると, (4), (5) より,

$$\begin{aligned} a^2(b^2 - q^2 + c^2 - r^2)^2 &= \frac{1}{2}(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) \\ &\quad \times (b^2 - q^2 - c^2 + r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \\ &= p^2(b^2 - q^2 - c^2 + r^2)^2 \end{aligned}$$

となる. (1), (2) より, 両辺の符号に注意して平方根をとって,

$$a(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) = p(b^2 - q^2 - c^2 + r^2)$$

すなわち,

$$(a-p)(b^2 - q^2) + (a+p)(c^2 - r^2) = 0 \quad (6)$$

を得る. 同様に, (ただし, 最後に平方根をとるとき符号に注意して)

$$\begin{aligned} b(c^2 - r^2 + a^2 - p^2) &= -q(c^2 - r^2 - a^2 + p^2) \\ c(a^2 - p^2 + b^2 - q^2) &= r(a^2 - p^2 - b^2 + q^2) \end{aligned}$$

であるので,

$$(b-q)(a^2 - p^2) + (b+q)(c^2 - r^2) = 0 \quad (7)$$

$$(c-r)(a^2 - p^2) + (c+r)(b^2 - q^2) = 0 \quad (8)$$

を得る. (6), (8) より,

$$\begin{aligned} (a-p)^2(b^2 - q^2) &= -(a^2 - p^2)(c^2 - r^2) \\ &= (c+r)^2(b^2 - q^2) \end{aligned}$$

だから,

$$((c+r)^2 - (a-p)^2)(b^2 - q^2) = 0 \quad (9)$$

を得る。ここで, 三角形不等式から

$$c+r+p-a > c+b-a > 0$$

である。また, (3) より  $a \geq p$  なので,  $c+r+a-p > 0$  である。よって,  $(c+r)^2 - (a-p)^2 \neq 0$  なので, (9) より  $b=q$  を得る。これを (7) に代入して  $c=r$  となる。さらに,  $|\triangle ABC| = |\triangle ABD|$  より,  $a=p$  が得られる。□

p.292 右段 20 行目

誤: もし,  $AB$  から対面に引いた垂線  $AH, BK$  が交われば,

正: もし,  $A, B$  から対面に引いた垂線  $AH, BK$  が交われば,

#### 【基礎編第 4 章】

p.308 左段 下から 11 行目

誤:

$$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1}$$

正:

$$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r-1}$$

p.347 右段 6 行目【基礎 4.6.1】の問題文

誤: 次の条件 (1), (2) を満たす  $A$  の部分集合  $S$  は何個あるか。

正: 次の条件 (1), (2) を満たす  $A$  の部分集合  $S$  は何個あるか。

#### 【演習編第 1 章】

p.397 右段 11 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: 例 1.1.  $\text{ord}_3 24 = 1, \text{ord}_3 18 = 2, \text{ord}_2 108 = 5, \text{ord}_2 109 = 0.$

正: 例 1.1.  $\text{ord}_3 24 = 1, \text{ord}_3 18 = 2, \text{ord}_2 108 = 2, \text{ord}_2 109 = 0.$

p.413 左段 2 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: よって  $x = 1, y = 2$  である。

正: よって  $k = 3$  の場合の結果から  $x = 1, y = 2$  である。

p.413 左段 4 ~ 5 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: すると, 上と同様に  $2^m = 2$  を得, これは矛盾である。

正:  $1 + 3^m = t$  とおくと

$$1 - 2^m + 4^m = (1 + 2^m)^2 - 3 \cdot 2^m = 3^{2t} - 3 \cdot 2^m = 3^s$$

なので,  $m = 1$  を得る。これは矛盾である。

#### 【演習編第 2 章】

p.528 左段 下から 2 行目 8 ~ 右段 1 行目. 【演習 2.6.15】の問題文

誤: (a) 11 項の正の整数よりなる単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も単調増加な等差数列となるものは存在するか?

正: (a) 11 項の正の整数よりなる狭義単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も狭義単調増加な等差数列となるものは存在するか?

#### 【演習編第 3 章】

p.567 左段 下から 1 行目 (図の直前). 【演習 3.2.26】の解答

誤:  $b$  は  $O$  と通るので  $OT = OT'$ , である。

正:  $b$  は  $O$  を通るので  $OT = OT'$  である。

p.649 右段. 【演習 3.9.7】の解答を以下と差し替え (元の解答は誤り)

解答. 存在する.  $|x| \leq 3, |y| \leq 3, |z| \leq 3$  で定まる立方体から,  $|x| < 2, |y| < 2, |z| < 2$  で定まる立方体をくりぬいた中空箱に, 前題の解答で構成した 6 つの平行六面体からなる立体を接続する。すると, 原点からはこの多面体のどの頂点も見えない。□