数学オリンピック事典正誤表

(2016 年 6 月 17 日版)

★ 初版第 4 刷以降にも残っている誤植.

以下の誤植は初版第 1 刷以降のすべての版にある誤植です．初版第 1 刷〜第 3 刷については，下記のリストに加えて,「★ 初版第 1 〜 3 刷にある誤植」を参照して下さい.

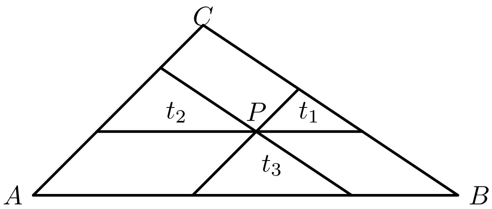
現在，編集委員会が消滅しているので，増刷後もこのまま誤植が残ったままになる可能性が高いと思われます．予定していた 2010 年の改訂は行われず, 2020 年の改訂も行われないと思われます．申し訳ありません.

注意: ページ内の行の位置は，版・刷によって若干ずれている可能性があります.

【基礎編第 0 章】

● p.16 【基礎 0.3.1】の図

下記の図のように，2 つある t_3 の一方を t_2 に訂正して下さい.



● p.24 【基礎 0.4.4】の解答の下から 4 行目

誤: $\cot e = \cot(a+b) = \dfrac{3\cdot 7-1}{3+7} = -2$

正: $\cot e = \cot(a+b) = \dfrac{3\cdot 7-1}{3+7} = 2$

【基礎編第 1 章】

● p.77 左段 下から 12 〜 11 行目 【基礎 1.2.14】の解答の終わりのほう

誤: さらに, $2^{98} = 2^{3\times 32+1} = (2^3)^{32}\cdot 2^1 = 8^{32}\cdot 2 \equiv 1^{32}\cdot 2 = 2 \pmod 7$ だから, $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$ である.

正: さらに, $2^{98} = 2^{3\times 32+2} = (2^3)^{32}\cdot 2^2 = 8^{32}\cdot 2^2 \equiv 1^{32}\cdot 4 = 4 \pmod 7$ だから, $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$ である.

● p.90 右段 8 行目 【基礎 1.4.11】の解答の 4 行目

誤: $= (2^{27})((2^{n-27})^2 + 2\cdot 2^{945} + 1)$

正: $= (2^{27})^2((2^{n-27})^2 + 2\cdot 2^{945} + 1)$

● p.105 右段 【基礎 1.7.37】の解答の最初の 4 行

誤: **解答**. $m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \dfrac{19}{2}\right)^2 + \dfrac{35}{4}$ とおく. $4m^2 - (2n-19)^2 = 35$, つまり

$$(2m+2n-19)(2m-2n+19) = 35$$

であり, $(2m+2n-19) + (2m+2n+19) > 0$ なので,

正: **解答**. ある自然数 m によって,

$$m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \frac{19}{2}\right)^2 + \frac{35}{4}$$

と書ける. $4m^2 - (2n-19)^2 = 35$, つまり

$$(2m+2n-19)(2m-2n+19) = 35$$

であり, $(2m+2n-19) + (2m-2n+19) = 4m > 0$ なので,

● p.106 左段 【基礎 1.7.38】の解答の後の**参考**

次の 2 行を削除して下さい.

参考. 同様に $50! = 25!\cdot 2^{25}M^2$ と書けるから $25!$ を取り除いてもよい.

(この**参考**の説明は間違っています.)

● p.112 左段 【基礎 1.7.59】の解答 (b) の 1 行目

誤: $x^2 < xy + x < xy < y$

正: $x^2 < xy + x < xy + y$

● p.121 左段 【基礎 1.8.29】の解答の 4 行目

誤: また, $c_r = (-1)^r{}_{2n}C_{r-n} \in \mathbb{Z}$ $(n \leqq r \leqq 2n)$ として,

正: また, $c_r = (-1)^{r-n}{}_nC_{r-n} \in \mathbb{Z}$ $(n \leqq r \leqq 2n)$ として,

(初版第 1 刷〜第 3 刷には別の誤植もあります)

【基礎編第 2 章】

● p.137 右段【基礎 2.3.14】(1990AIME 問 4) の解答の下から 2 行目

誤: $x^2-10x=39$ の正の解は, 13 である. 従って $x^2-10x=39$ の正の実数解は 13 である. □

正: $x^2-10x=39$ の正の解は, 13 である. これが求める解である. □

● p.138 右段【基礎 2.3.18】の解答の下から 2 行目
誤: この方程式 2 つの実数解をもち,
正: この方程式は 2 つの実数解をもち,

● p.169 左段【基礎 2.6.28】の解答の 6 〜 7 行目
誤:
$a_1 > a_2 > \cdots > a_r > n \geqq a_{r+1} > \cdots > a_n$
$b_1 < b_2 < \cdots < b_r \geqq n < b_{r+1} < \cdots < b_n$
正:
$a_1 < a_2 < \cdots < a_r < n \leqq a_{r+1} < \cdots < a_n$
$b_1 > b_2 > \cdots > b_r \geqq n > b_{r+1} > \cdots > b_n$

【基礎編第 3 章】

● p.215 左段 17 行目【基礎 3.2.21】の問題の 6 行目

誤: $a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2 = c_1c_2c_3$

正: $a_1b_1c_1 = a_2b_2c_2 = a_3b_3c_3$

● p.215 左段 下から 10 行目 【基礎 3.2.21】の解答の 3 行目

誤: よって, $\dfrac{a_1}{a_3} = \dfrac{b_3}{b_1}$,

正: よって, $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_3}{b_1}$,

● p.228 左段 【基礎 3.3.2】の解答の 7 行目

誤: $= \dfrac{(4m+1)4m}{2} + \dfrac{(4m+2)(4m+1)}{2}$

正: $= \dfrac{(4m+1)4m}{2} - \dfrac{(4m+2)(4m+1)}{2}$

● p.232 右段 【基礎 3.3.16】の解答の 4 行目

誤: なので, $f_1(x) = 0$ の解は

正: なので, $f_1(x) = 1$ の解は

● p.233 右段 【基礎 3.3.19】の解答の 2 行目

誤: $x = e^{2\pi\sqrt{-1}/k} = \cos\dfrac{2\pi}{k} + \sqrt{-1}\sin\dfrac{2\pi}{k}$

正: $x = e^{2k\pi\sqrt{-1}/7} = \cos\dfrac{2k\pi}{7} + \sqrt{-1}\sin\dfrac{2k\pi}{7}$

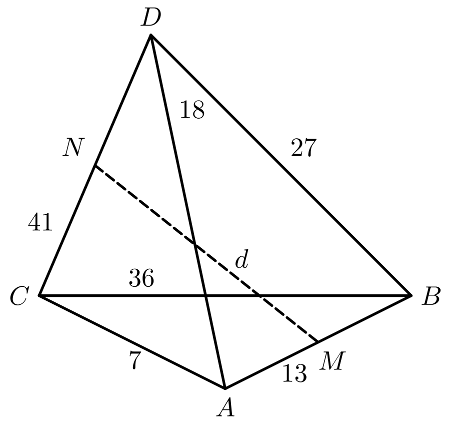
● p.243 右段 下から 2 行目 【基礎 3.4.18】の解答の最初のほう

誤: また D_{i+1} を通り A_iA_{i+1} に平行な直線と A_iB_i の交点を D_i とする.

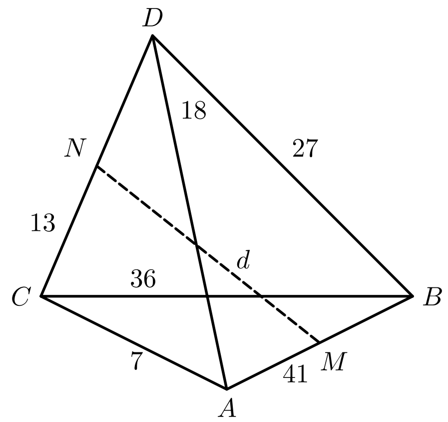
正: また C_{i+1} を通り A_iA_{i+1} に平行な直線と A_iB_i の交点を D_i とする.

● p.285 左段【基礎 3.7.6】(1998AIME 問 12) の解答の図

誤:



正:



図の中の AB と CD の長さが逆になっています.

【基礎編第 4 章】

● p.325 左段 【基礎 4.3.6】(1998AIME 問 9) の解答の下から 2 行目

誤: $(60-m)^2 = 2160$ の解のうち $0 < m < 60^2$ のものを求めると

正: $(60-m)^2 = 2160$ の解のうち $0 < m < 60$ のものを求めると

【演習編第 1 章】

● p.411 右段 下から 8 行目 【演習 1.2.2】の解答

誤: $= \overbrace{99\cdots9}^{162\text{ 桁}}8\overbrace{0\cdots0}^{82\text{ 桁}}1$

正: $= \overbrace{99\cdots9}^{80\text{ 桁}}8\overbrace{0\cdots0}^{80\text{ 桁}}1$

● p.421 左段 下から 3 行目 【演習 1.2.31】の問題
誤: ある整数 m が存在して 2^n-1 が m^2+9 の倍数になるような,
正: ある整数 m が存在して 2^n-1 が m^2+9 の約数になるような,

● p.458 右段 下から 13 〜 15 行目【演習 1.3.10】西の塔 3 階の 2 〜 4 行目
誤: L は正の整数で q より小さな素因数をもたないとする ($q|L$ であってもよいが, もちろん $p|L$ ではない).
正: M は正の整数で q より小さな素因数をもたないとする ($q|M$ であってもよいが, もちろん $p|M$ ではない).

● p.460 左段 10 行目 【演習 1.3.10】東の塔 3 階の 6 行目
誤: $\mathrm{ord}_p(r^m+1) \geqq 2m$
正: $\mathrm{ord}_p(r^n+1) \geqq 2m$

● p.460 左段 下から 11 行目 【演習 1.3.10】東の塔 3 階の解答の最後から 3 行目
誤: $2m \leqq \mathrm{ord}_p(r^m+1)$
正: $2m \leqq \mathrm{ord}_p(r^n+1)$

● p.494 左段 【演習 2.3.29】の解答の 5 行目
誤: $S_n = \left(\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_1}{a_2}\right)+\cdots+\left(\frac{a_1}{a_2}+\frac{a_n}{a_1}\right) \geqq 2n$
正: $S_n = \left(\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_1}{a_2}\right)+\cdots+\left(\frac{a_1}{a_n}+\frac{a_n}{a_1}\right) \geqq 2n$

● p.494 右段 2 〜 3 行目 【演習 2.3.29】の解答の 18 〜 19 行目
誤: 自然数であるから, $k=1$, 2 または 4 である. このとき, いずれの場合も $S_3=7<9$ で (b) が成り立つ.
正: 自然数で $a_1 \leqq a_2$ であるから, $k=2$ または 4 である. いずれの場合も $S_3<9$ で (b) が成り立つ.

● p.497 右段 【演習 2.3.34】の解答の 5 行目
誤: ($S=0$ となるのは $y=z=0$ のときである.)
正: ($G=0$ となるのは $y=z=0$ のときである.)

● p.498 右段の最終行 【演習 2.3.37】の解答の 19 行目
誤: $(D_1+D_2)^2=(D_1-D_2)^2-4D_1D_2$ より,
正: $(D_1+D_2)^2=(D_1-D_2)^2+4D_1D_2$ より,

● p.525 左段の最後から 7 行目 【演習 2.6.8】の解答の 14 行目
誤: q に関する帰納法で示そう.
正: n に関する帰納法で示そう.

● p.564 右段の 9 行目 【演習 3.2.20】の解答の 16 行目
誤: したがって, 直線 BB_0 は線分 C_0C_1, DE, A_0A_1 を二等分する.
正: したがって, 直線 BB_0 は線分 C_0C_1, DE, A_0A を二等分する.

巻末の【出典別索引】(基礎編・演習編共通)

● 巻末索引の p.5 左段 1 行目
誤: 1999AIME 問 4 . . . 基礎 3.6.0
正: 1999AIME 問 4 . . . 基礎 3.5.1

★ 初版第 1 〜 3 刷にある誤植.

以下の誤植は初版第 3 刷までにある誤植で, 初版第 4 刷以降では訂正されています。

【基礎編第 0 章】

● p.11 左段 6 行目

誤: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5)

正: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5, 10 年生問 5)

● p.20 左段 13 〜 14 行目

誤: 点 O を中心する円周上に 4 点 A, B, C, D があるとき

正: 円周に四角形 $ABCD$ が内接しているとき

【基礎編第 1 章】

● p.83 右段 下から 8 〜 9 行目

誤: 上のように $\{b_n\}$, $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ を定めるとき, b_0 を除いた数列 $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ は

正: 上のように $\{a_n\}$, $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ を定めるとき, a_0 を除いた数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は

● p.121 の【基礎 1.8.29】の解答を, 以下と差し替える。

【基礎 1.8.29】

(a) h が 0 でない有理数のとき, e^h は無理数であることを証明せよ.

(b) π は無理数であることを証明せよ.

解答. (a) まず, h が自然数の場合を考える.

$f(x) = \dfrac{x^n(1-x)^n}{n!}$ とおく.

$$0 < x < 1 \text{ のとき } 0 < f(x) < \frac{1}{n!} \qquad (1)$$

である. また, $c_r = (-1)^r {}_nC_{r-n} \in \mathbb{Z}$ $(n \leqq r \leqq 2n)$ として,

$$f(x) = \sum_{r=n}^{2n} \frac{c_r x^r}{n!}$$

であるから, その r 階導関数は

$$f^{(r)}(0) = \begin{cases} \dfrac{r! c_r}{n!} \in \mathbb{Z} & (n \leqq r \leqq 2n \text{ の場合}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

となる. 同様に, $f(1-x) = f(x)$ であるから, 任意の非負整数 r に対し $f^{(r)}(1) \in \mathbb{Z}$ である. また $f^{(2n+1)} = 0$ である. さて,

$$F(x) = \sum_{r=0}^{2n} (-1)^r h^{2n-r} f^{(r)}(x)$$

を考える. 上の考察から $F(0)$, $F(1)$ は整数である.

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dx}\big(e^{hx}F(x)\big) = e^{hx}\big(hF(x) + F'(x)\big) \\ &= e^{hx}\Bigg(\sum_{r=0}^{2n}(-1)^r h^{2n+1-r} f^{(r)}(x) \\ &\qquad + \sum_{r=1}^{2n+1}(-1)^{r+1} h^{2n+1-r} f^{(r)}(x)\Bigg) \\ &= e^{hx}\Big(h^{2n+1}f(x) + f^{(2n+1)}(x)\Big) = e^{hx}h^{2n+1}f(x) \end{aligned}$$

であるから, これを積分して,

$$h^{2n+1}\int_0^1 e^{hx} f(x)\,dx = e^h F(1) - F(0) \qquad (2)$$

を得る. もし, $e^h = \dfrac{a}{b}$ (a と b は互いに素) と表せれば, (2) より

$$bh^{2n+1}\int_0^1 e^{hx} f(x)\,dx = aF(1) - bF(0) \in \mathbb{Z} \qquad (3)$$

である. ところが, (1) より,

$$0 < \int_0^1 e^{hx} f(x)\,dx < \frac{1}{n!}\int_0^1 e^{hx}\,dx = \frac{1}{n!}\frac{e^h - 1}{h}$$

であるから,

$$bh^{2n+1}\int_0^1 e^{hx} f(x)\,dx < \frac{(a-b)h^{2n}}{n!} \qquad (4)$$

となる. ここで, n を十分大きい整数とすれば (4) の右辺は 1 より小さいから, (3) と矛盾する. 従って, h が自然数のとき e^h は無理数である.

h が負の整数のときは, $e^{-h} = \dfrac{1}{e^h}$ が無理数なので, e^h も無理数である.

$h = \dfrac{p}{q}$ (p と q は互いに素な整数) のときには, $(e^h)^q = e^p$ が無理数なので, e^h は有理数でありえず, 無理数となる.

(b) π が有理数であると仮定すると, π^2 も有理数になる. $\pi^2 = \dfrac{a}{b}$ (a と b は互いに素) と表す. (a) で用いた $f(x)$ を使い

$$G(x) = b^n \sum_{r=0}^{n} (-1)^r \pi^{2n-2r} f^{(2r)}(x)$$

とおく. $G(0)$, $G(1)$ は整数である. (a) と同様な計算で

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dx}\bigl(G'(x)\sin\pi x - \pi G(x)\cos\pi x\bigr)\\&= \bigl(G''(x) + \pi^2 G(x)\bigr)\sin\pi x\\&= b^n\pi^{2n+2} f(x)\sin\pi x = \pi^2 a^n f(x)\sin\pi x\end{aligned}$$

となる. これを積分して,

$$\begin{aligned}&\pi\int_0^1 a^n f(x)\sin\pi x\,dx\\&= \left[\frac{g'(x)\sin\pi x - \pi G(x)\cos\pi x}{\pi}\right]_0^1\\&= G(1) - G(0)\end{aligned}$$

となるが, (a) の (1) より,

$$\begin{aligned}0 &< \pi\int_0^1 a^n f(x)\sin\pi x\,dx\\&< \frac{\pi a^n}{n!}\int_0^1 \sin\pi x\,dx = \frac{2a^n}{n!}\end{aligned}$$

であるので, n を十分大きくとれば, $G(1) - G(0)$ が整数でなくなり矛盾する. 従って, π^2 も π も無理数である. $\square$

【基礎編第 2 章】

● p.168 右段 下から 11 行目
　誤: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8)
　正: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8, 9 年生問 6)

● p.170 左段 下から 1 行目
　誤:

$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2}x^{r-1} - \sum_{k=1}^{[n/2]} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

　正:

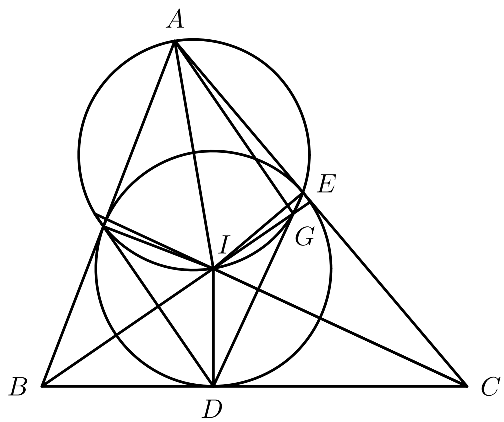
$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2}x^{r-1} - \sum_{k=1}^{[r/2]} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

【基礎編第 3 章】

● p.236 左段 下から 4 行目
　誤: $\sin\theta = \dfrac{2s}{ac+bd}$
　正: $\sin\theta = \dfrac{2S}{ac+bd}$

● p.263 右段. 【基礎 3.6.14】の図と解答を以下と差し替える.

【基礎 3.6.14】
三角形 ABC の内心を I とし, 内接円と辺 BC, CA との接点を各々D, E とする. BI と DE の交点を G とするとき, $\angle AGB = 90^\circ$ であることを証明せよ.



解答. 四角形 $IDCE$ は, $\angle IDC = \angle IEC = 90^\circ$ なので円に内接し, $\angle IED = \angle ICD = \dfrac{1}{2}\angle C$ である. 一方, $\angle AIG$ は 三角形 ABI の外角なので,

$$\begin{aligned}\angle AIG = \angle ABI + \angle BAI &= \frac{1}{2}(\angle B + \angle A)\\&= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C\end{aligned}$$

である. 点 G が三角形 ABC 上にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ + \angle IED = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ - \angle AIG,$$

点 G が三角形 ABC の外部にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ - \angle IED = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C = \angle AIG$$

であり, いずれの場合も, 4 点 A, E, G, I は同一円周上にあることがわかる. ゆえに,

$$\angle AGE = \angle AEI = 90^\circ$$

である. □

● p.265 左段 下から 8 行目. 【基礎 3.6.18】の問題文

誤: 三角形 ABC の内心を O とし, 内接円が辺 BC, CA, AB と接する点を各々 A_1, A_2, A_3 とする.

正: 三角形 ABC の内心を O とし, 内接円が辺 BC, CA, AB と接する点を各々 A_1, B_1, C_1 とする.

● p.265 右段 図の下 6 行目. 【基礎 3.6.18】の解答

誤:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角 $\angle B_1A_1A_2$ と $C_1A_1A_2$ とは相等しい.

正:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角 $\angle B_1A_1A_2$ と $\angle C_1A_1A_2$ とは相等しい.

● p.269 左段. 最初の図の下から【基礎 3.6.26】の直前までの段落を以下のように差し替える.

[差し替え前]

図のように, 円 O_1 と O_2 の交点を A, B, 円 O_2 と O_3 の交点を C, D, 円 O_3 と O_1 の交点を E, F とする. 直線 AB と CD の交点を P とし, 直線 PE と円 O_3, O_1 の E 以外の交点を各々 F_3, F_1 とする. 方冪の定理より

$$PE \cdot PF_3 = PC \cdot PD = PA \cdot PB = PE \cdot PF_1$$

が成り立つので, $PF_3 = PF_1$, すなわち $F_3 = F_1$ である. F_3 は O_3 上の点, F_1 は O_1 上の点であったので, $F_3 = F_1 = F$ となる. したがって, 3 直線 AB, CD, EF は 1 点 P で交わる. □

[差し替え後]

円 O_2 と O_3 の根軸を ℓ_1, 円 O_3 と O_1 の根軸を ℓ_2, 円 O_1 と O_2 の根軸を ℓ_3 とし, ℓ_1 と ℓ_2 の交点を P とする.

点 P を通る直線 ℓ が円 O_1 と 2 点 X, Y で交わるとき, 方冪 $m = PX \cdot PY$ は ℓ に選び方に依らず一定である. P は根軸 ℓ_2, ℓ_3 上の点だから, P の O_2, O_3 に関する方冪も m である. 従って, P は ℓ_1 上の点でもある. □

● p.270 左段. 【基礎 3.6.28】の問題と解答を以下と差し替え

【基礎 3.6.28】(1997 バルト問 12)

平面上の 2 円 C_1, C_2 が相異なる 2 点 P, Q で交わっている. P を通る直線が円 C_1, C_2 とそれぞれ点 A, B で交わっている. AB の中点を Y とし, QY が円 C_1, C_2 とふたたび交わる点を各々X, Z とする. Y は線分 XZ の中点であることを証明せよ.

解答. 図 1 のような場合を考える. 円周角の定理により,

$$\angle PAX = \angle PQX = \angle PBZ$$

である. $\triangle AXY$ と $\triangle BXZ$ は, $\angle YAX = \angle YBZ$, $AY = BY$, $\angle AYX = \angle BYZ$ (対頂角) だから, 一辺と二角が等しく, 合同である. したがって $YX = YZ$ であって, Y は XZ の中点である.

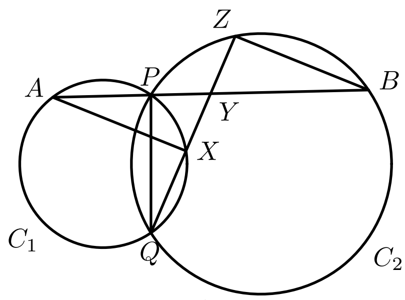


図 1

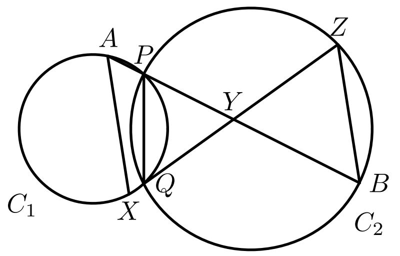


図 2

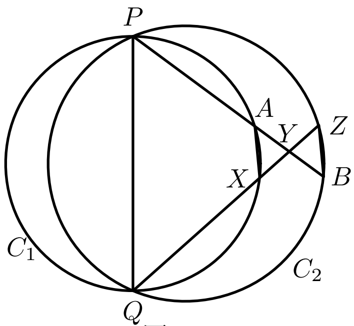


図 3

図 2, 図 3 の場合も, 同様な角度の計算で証明できる. □

● p.277 右段 1 行目

誤:
$$az\overline{z} + bz + \overline{b}\overline{z}z + d = 0 \tag{2}$$
正:
$$az\overline{z} + bz + \overline{b}\overline{z} + d = 0 \tag{2}$$

● p.287 右段 18 行目

誤: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体いう.
正: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体という.

p.289 〜 p.290. 【基礎 3.8.8】の解答を以下と差し替える. 図はそのまま.

【基礎 3.8.8】
4 面の面積が等しい四面体は, 3 組の対辺の長さが等しく, 面がすべて合同であることを証明せよ.

解答. 初等幾何学的に証明することも可能だが, ここではヘロンの公式に基づく計算によって示す. 面のうち 3 辺の 2 乗の和が最大のものの 3 辺の長さを a, b, c とし, それと反対側にある頂点から他の 3 辺の長さを各々 p, q, r とする.

$$\begin{aligned} &a^2+b^2+c^2 \\ &\geqq \max\{a^2+q^2+r^2,\ b^2+r^2+p^2,\ c^2+p^2+q^2\} \end{aligned} \tag{1}$$

と仮定しても一般性を失わない。さらに,

$$a^2-p^2 \geqq b^2-q^2 \geqq c^2-r^2 \tag{2}$$

と仮定しても一般性を失わない。このとき, $a^2+b^2+c^2 \geqq a^2+q^2+r^2$ より,

$$a^2-p^2 \geqq b^2-q^2 \geqq |c^2-r^2| \geqq 0 \tag{3}$$

である。

$$\begin{aligned} &16|\triangle ABC|^2 \\ &= (a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c) \\ &= -a^4+2a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2 \end{aligned}$$

に注意する。$|\triangle ABC| = |\triangle BCD|$ より,

$$\begin{aligned} &-a^4+2a^2(b^2+c^2)-(b^2-c^2)^2 \\ &= -a^4+2a^2(q^2+r^2)-(q^2-r^2)^2 \end{aligned}$$

である。これを変形すると

$$\begin{aligned} &2a^2(b^2-q^2+c^2-r^2) \\ &= (b^2-q^2-c^2+r^2)(b^2+q^2-c^2-r^2) \end{aligned} \tag{4}$$

となる。同様に $|\triangle ABD| = |\triangle ACD|$ より,

$$\begin{aligned} &2p^2(b^2-q^2-c^2+r^2) \\ &= (b^2-q^2+c^2-r^2)(b^2+q^2-c^2-r^2) \end{aligned} \tag{5}$$

を得る。すると, (4), (5) より,

$$\begin{aligned} &a^2(b^2-q^2+c^2-r^2)^2 \\ =&\frac{1}{2}(b^2-q^2+c^2-r^2) \\ &\quad \times (b^2-q^2-c^2+r^2)(b^2+q^2-c^2-r^2) \\ =&p^2(b^2-q^2-c^2+r^2)^2 \end{aligned}$$

となる。(1), (2) より, 両辺の符号に注意して平方根をとって,

$$a(b^2-q^2+c^2-r^2) = p(b^2-q^2-c^2+r^2)$$

すなわち,

$$(a-p)(b^2-q^2)+(a+p)(c^2-r^2)=0 \tag{6}$$

を得る。同様に, (ただし, 最後に平方根をとるとき符号に注意して)

$$\begin{aligned} b(c^2-r^2+a^2-p^2) &= -q(c^2-r^2-a^2+p^2) \\ c(a^2-p^2+b^2-q^2) &= r(a^2-p^2-b^2+q^2) \end{aligned}$$

であるので,

$$(b-q)(a^2-p^2)+(b+q)(c^2-r^2)=0 \tag{7}$$
$$(c-r)(a^2-p^2)+(c+r)(b^2-q^2)=0 \tag{8}$$

を得る。(6), (8) より,

$$\begin{aligned} (a-p)^2(b^2-q^2) &= -(a^2-p^2)(c^2-r^2) \\ &= (c+r)^2(b^2-q^2) \end{aligned}$$

だから,
$$\bigl((c+r)^2-(a-p)^2\bigr)(b^2-q^2)=0 \tag{9}$$
を得る。ここで, 三角形不等式から
$$c+r+p-a>c+b-a>0$$
である。また, (3) より $a \geqq p$ なので, $c+r+a-p>0$ である。よって, $(c+r)^2-(a-p)^2 \neq 0$ なので, (9) より $b=q$ を得る。これを (7) に代入して $c=r$ となる。さらに, $|\triangle ABC|=|\triangle ABD|$ より, $a=p$ が得られる。 □

● p.292 右段 20 行目
誤: もし, AB から対面に引いた垂線 AH, BK が交われば,
正: もし, A, B から対面に引いた垂線 AH, BK が交われば,

【基礎編第 4 章】

● p.308 左段 下から 11 行目
誤:
$$\binom{n+1}{r}=\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}$$
正:
$$\binom{n+1}{r}=\binom{n}{r}+\binom{n}{r-1}$$

● p.347 右段 6 行目【基礎 4.6.1】の問題文
誤: 次の条件 (1), (2) を満たす A a の部分集合 S は何個あるか.
正: 次の条件 (1), (2) を満たす A の部分集合 S は何個あるか.

【演習編第 1 章】

● p.397 右段 11 行目. 【演習 1.2.7】の解答
誤: **例 1.1.** $\mathrm{ord}_3 24=1$, $\mathrm{ord}_3 18=2$, $\mathrm{ord}_2 108=5$, $\mathrm{ord}_2 109=0$.
正: **例 1.1.** $\mathrm{ord}_3 24=1$, $\mathrm{ord}_3 18=2$, $\mathrm{ord}_2 108=2$, $\mathrm{ord}_2 109=0$.

● p.413 左段 2 行目. 【演習 1.2.7】の解答
誤: よって $x=1, y=2$ である.
正: よって $k=3$ の場合の結果から $x=1, y=2$ である.

● p.413 左段 4 〜 5 行目. 【演習 1.2.7】の解答
誤: すると, 上と同様に $2^m=2$ を得, これは矛盾である.
正: $1+3^m=t$ とおくと
$$1-2^m+4^m=(1+2^m)^2-3\cdot 2^m=3^{2t}-3\cdot 2^m=3^s$$
なので, $m=1$ を得る. これは矛盾である.

【演習編第 2 章】

● p.528 左段 下から 2 行目 8 〜右段 1 行目. 【演習 2.6.15】の問題文
誤: (a) 11 項の正の整数よりなる単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も単調増加な等差数列となるものは存在するか?
正: (a) 11 項の正の整数よりなる狭義単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も狭義単調増加な等差数列となるものは存在するか?

【演習編第 3 章】

● p.567 左段 下から 1 行目 (図の直前). 【演習 3.2.26】 の解答
誤: b は O と通るので $OT=OT'$, である.
正: b は O を通るので $OT=OT'$ である.

● p.649 右段. 【演習 3.9.7】 の解答を以下と差し替え (元の解答は誤り)

解答. 存在する. $|x| \leqq 3$, $|y| \leqq 3$, $|z| \leqq 3$ で定まる立方体から, $|x|<2$, $|y|<2$, $|z|<2$ で定まる立方体をくりぬいた中空箱に, 前題の解答で構成した 6 つの平行六面体からなる立体を接続する。すると, 原点からはこの多面体のどの頂点も見えない。 □

【演習編第 4 章】

誤植は発見されていませんが, 幾つかの問題について, 掲載された解答より簡明でエレガントな解答が発見されています.