

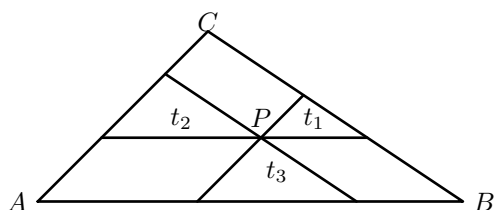
(2010年12月20日版)

注意: ページ内の行の位置は, 版・刷によって若干ずれている可能性があります.

【基礎編第0章】

p.16 【基礎 0.3.1】の図

下記の図のように, 2つある t_3 の一方を t_2 に訂正して下さい.



【基礎編第1章】

p.77 左段 下から 12~11 行目 【基礎 1.2.14】の解答の終わりのほう

誤: さらに, $2^{98} = 2^{3 \times 32 + 1} = (2^3)^{32} \cdot 2^1 = 8^{32} \cdot 2 \equiv 1^{32} \cdot 2 = 2 \pmod{7}$ だから, $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$ である.

正: さらに, $2^{98} = 2^{3 \times 32 + 2} = (2^3)^{32} \cdot 2^2 = 8^{32} \cdot 2^2 \equiv 1^{32} \cdot 4 = 4 \pmod{7}$ だから, $2^{98} \not\equiv 1 \pmod{7^3}$ である.

p.90 右段 8 行目 【基礎 1.4.11】の解答の 4 行目

誤: $= (2^{27})((2^{n-27})^2 + 2 \cdot 2^{945} + 1)$

正: $= (2^{27})^2((2^{n-27})^2 + 2 \cdot 2^{945} + 1)$

p.105 右段 【基礎 1.7.37】の解答の最初の 4 行

誤: 解答. $m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \frac{19}{2}\right)^2 + \frac{35}{4}$ とおく. $4m^2 - (2n - 19)^2 = 35$, つまり

$$(2m + 2n - 19)(2m - 2n + 19) = 35$$

であり, $(2m + 2n - 19) + (2m - 2n + 19) = 4m > 0$ なので,

正: 解答. ある自然数 m によって,

$$m^2 = n^2 - 19n + 99 = \left(n - \frac{19}{2}\right)^2 + \frac{35}{4}$$

と書ける. $4m^2 - (2n - 19)^2 = 35$, つまり

$$(2m + 2n - 19)(2m - 2n + 19) = 35$$

であり, $(2m + 2n - 19) + (2m - 2n + 19) = 4m > 0$ なので,

p.106 左段 【基礎 1.7.38】の解答の後の参考

次の 2 行を削除して下さい.

参考. 同様に $50! = 25! \cdot 2^{25} M^2$ と書けるから $25!$ を取り除いてもよい.

(この参考の説明は間違っています.)

【基礎編第2章】

p.137 右段 【基礎 2.3.14】(1990AIME 問 4) の解答の下から 2 行目

誤: $x^2 - 10x = 39$ の正の解は, 13 である. 従って $x^2 - 10x = 39$ の正の実数解は 13 である. □

正: $x^2 - 10x = 39$ の正の解は, 13 である. これが求める解である. □

【基礎編第3章】

p.215 左段 17 行目 【基礎 3.2.21】の問題の 6 行目

誤: $a_1 b_1 c_1 = a_2 b_2 c_2 = c_1 c_2 c_3$

正: $a_1 b_1 c_1 = a_2 b_2 c_2 = a_3 b_3 c_3$

p.215 左段 下から 10 行目 【基礎 3.2.21】の解答の 3 行目

誤: よって, $\frac{a_1}{a_3} = \frac{b_3}{b_1}$,

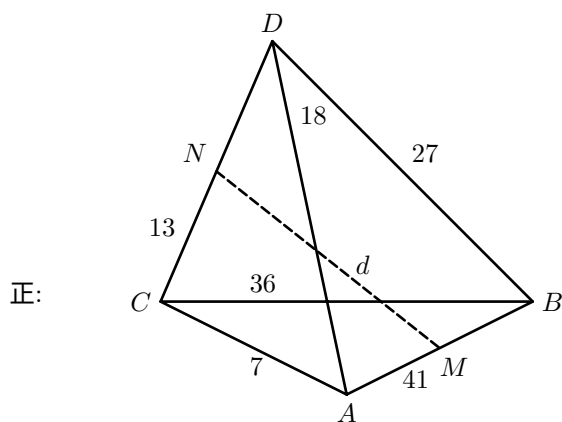
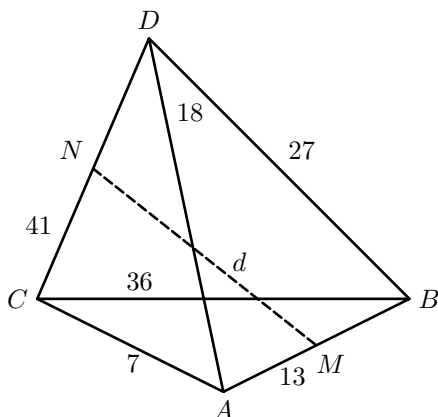
正: よって, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_3}{b_1}$,

p.243 右段 下から 2 行目 【基礎 3.4.18】の解答の最初のほう

誤: また D_{i+1} を通り $A_i A_{i+1}$ に平行な直線と $A_i B_i$ の交点を D_i とする.

正: また C_{i+1} を通り $A_i A_{i+1}$ に平行な直線と $A_i B_i$ の交点を D_i とする.

p.285 左段【基礎 3.7.6】(1998AIME 問 12) の解
 答の図
 誤:



図の中の AB と CD の長さが逆になっています。

【基礎編第 4 章】

p.325 左段【基礎 4.3.6】(1998AIME 問 9) の解
 答の下から 2 行目

誤: $(60 - m)^2 = 2160$ の解のうち $0 < m < 60^2$
 のものを求めると

正: $(60 - m)^2 = 2160$ の解のうち $0 < m < 60$ の
 ものを求めると

【演習編第 1 章】

p.411 右段 下から 8 行目【演習 1.2.2】の解答

$$\begin{aligned} \text{誤: } &= \overbrace{99 \cdots 98}^{162 \text{桁}} \overbrace{0 \cdots 01}^{82 \text{桁}} \\ \text{正: } &= \overbrace{99 \cdots 98}^{80 \text{桁}} \overbrace{0 \cdots 01}^{80 \text{桁}} \end{aligned}$$

p.421 左段 下から 3 行目【演習 1.2.31】の問題

誤: ある整数 m が存在して $2^n - 1$ が $m^2 + 9$ の
 倍数になるような,

正: ある整数 m が存在して $2^n - 1$ が $m^2 + 9$ の
 約数になるような,

巻末の【出典別索引】(基礎編・演習編共通)

巻末索引の p.5 左段 1 行目

誤: 1999AIME 問 4 ... 基礎 3.6.0

正: 1999AIME 問 4 ... 基礎 3.5.1

初版第 1~3 刷にある誤植。
以下の誤植は初版第 3 刷までにある誤植で、初版第 4 刷以降では訂正されています。

【基礎編第 0 章】

p.11 左段 6 行目

誤: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5)

正: 【基礎 0.2.3】(1983 ソ連 8 年生問 5, 10 年生問 5)

p.20 左段 13~14 行目

誤: 点 O を中心する円周上に 4 点 A, B, C, D があるとき

正: 円周に四角形 $ABCD$ が内接しているとき

【基礎編第 1 章】

p.83 右段 下から 8~9 行目

誤: 上のように $\{b_n\}, \{p_n\}, \{q_n\}$ を定めるとき、 b_0 を除いた数列 $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ は

正: 上のように $\{a_n\}, \{p_n\}, \{q_n\}$ を定めるとき、 a_0 を除いた数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は

p.121 の基礎 1.8.29】の解答を、以下と差し替える。
【基礎 1.8.29】

(a) h が 0 でない有理数のとき、 e^h は無理数であることを証明せよ。

(b) π は無理数であることを証明せよ。

解答. (a) まず、 h が自然数の場合を考える。

$$f(x) = \frac{x^n(1-x)^n}{n!} \text{ とおく.}$$

$$0 < x < 1 \text{ のとき } 0 < f(x) < \frac{1}{n!} \quad (1)$$

である。また、 $c_r = (-1)^r {}_{2n}C_{r-n} \in \mathbb{Z}$ ($n \leq r \leq 2n$) として、

$$f(x) = \sum_{r=n}^{2n} \frac{c_r x^r}{n!}$$

であるから、その r 階導関数は

$$f^{(r)}(0) = \begin{cases} \frac{r!c_r}{n!} \in \mathbb{Z} & (n \leq r \leq 2n \text{ の場合}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

となる。同様に、 $f(1-x) = f(x)$ であるから、任意の非負整数 r に対し $f^{(r)}(1) \in \mathbb{Z}$ である。また

$f^{(2n+1)} = 0$ である。さて、

$$F(x) = \sum_{r=0}^{2n} (-1)^r h^{2n-r} f^{(r)}(x)$$

を考える。上の考察から $F(0), F(1)$ は整数である。

$$\frac{d}{dx}(e^{hx}F(x)) = e^{hx}(hF(x) + F'(x))$$

$$\begin{aligned} &= e^{hx} \left(\sum_{r=0}^{2n} (-1)^r h^{2n+1-r} f^{(r)}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^{2n+1} (-1)^{r+1} h^{2n+1-r} f^{(r)}(x) \right) \\ &= e^{hx} (h^{2n+1} f(x) + f^{(2n+1)}(x)) = e^{hx} h^{2n+1} f(x) \end{aligned}$$

であるから、これを積分して、

$$h^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx = e^h F(1) - F(0) \quad (2)$$

を得る。もし、 $e^h = \frac{a}{b}$ (a と b は互いに素) と表せれば、(2) より

$$bh^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx = aF(1) - bF(0) \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

である。ところが、(1) より、

$$0 < \int_0^1 e^{hx} f(x) dx < \frac{1}{n!} \int_0^1 e^{hx} dx = \frac{1}{n!} \frac{e^h - 1}{h}$$

であるから、

$$bh^{2n+1} \int_0^1 e^{hx} f(x) dx < \frac{(a-b)h^{2n}}{n!} \quad (4)$$

となる。ここで、 n を十分大きい整数とすれば (4) の右辺は 1 より小さいから、(3) と矛盾する。従って、 h が自然数のとき e^h は無理数である。

h が負の整数のときは、 $e^{-h} = \frac{1}{e^h}$ が無理数なので、 e^h も無理数である。

$h = \frac{p}{q}$ (p と q は互いに素な整数) のときには、 $(e^h)^q = e^p$ が無理数なので、 e^h は有理数でありえず、無理数となる。

(b) π が有理数であると仮定すると, π^2 も有理数になる. $\pi^2 = \frac{a}{b}$ (a と b は互いに素) と表す. (a) で用いた $f(x)$ を使い

$$G(x) = b^n \sum_{r=0}^n (-1)^r \pi^{2n-2r} f^{(2r)}(x)$$

とおく. $G(0), G(1)$ は整数である. (a) と同様な計算で

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (G'(x) \sin \pi x - \pi G(x) \cos \pi x) \\ = (G''(x) + \pi^2 G(x)) \sin \pi x \\ = b^n \pi^{2n+2} f(x) \sin \pi x = \pi^2 a^n f(x) \sin \pi x \end{aligned}$$

となる. これを積分して,

$$\begin{aligned} \pi \int_0^1 a^n f(x) \sin \pi x dx \\ = \left[\frac{g'(x) \sin \pi x - \pi G(x) \cos \pi x}{\pi} \right]_0^1 \\ = G(1) - G(0) \end{aligned}$$

となるが, (a) の (1) より,

$$\begin{aligned} 0 < \pi \int_0^1 a^n f(x) \sin \pi x dx \\ < \frac{\pi a^n}{n!} \int_0^1 \sin \pi x dx = \frac{2a^n}{n!} \end{aligned}$$

であるので, n を十分大きくとれば, $G(1) - G(0)$ が整数でなくなり矛盾する. 従って, π^2 も π も無理数である. \square

【基礎編第2章】

p.168 右段 下から 11 行目

誤: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8)

正: 【基礎 2.6.26】(1985 ソ連 8 年生問 8, 9 年生問 6)

p.170 左段 下から 1 行目

誤:

$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2} x^{r-1} - \sum_{k=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

正:

$$B_r(x) = x^r - \frac{r}{2} x^{r-1} - \sum_{k=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} (-1)^k \binom{r}{2k} b_k x^{r-2k}$$

【基礎編第3章】

p.236 左段 下から 4 行目

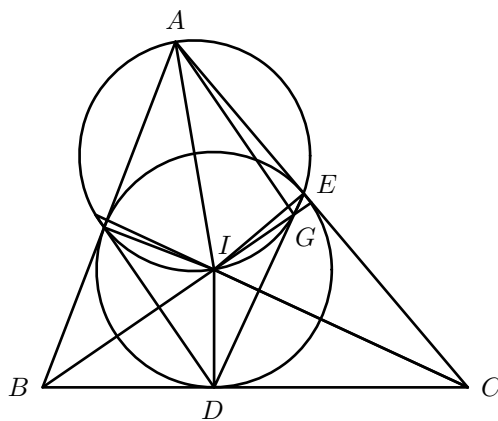
$$\text{誤: } \sin \theta = \frac{2s}{ac+bd}$$

$$\text{正: } \sin \theta = \frac{2S}{ac+bd}$$

p.263 右段. 【基礎 3.6.14】の図と解答を以下と差し替える.

【基礎 3.6.14】

三角形 ABC の内心を I とし, 内接円と辺 BC, CA との接点を各々 D, E とする. BI と DE の交点を G とするとき, $\angle AGB = 90^\circ$ であることを証明せよ.



解答. 四角形 $IDCE$ は, $\angle IDC = \angle IEC = 90^\circ$ なので円に内接し, $\angle IED = \angle ICD = \frac{1}{2} \angle C$ である. 一方, $\angle AIG$ は 三角形 ABI の外角なので,

$$\begin{aligned} \angle AIG &= \angle ABI + \angle BAI = \frac{1}{2}(\angle B + \angle A) \\ &= 90^\circ - \frac{1}{2} \angle C \end{aligned}$$

である. 点 G が 三角形 ABC 上にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ + \angle IED = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ - \angle AIG,$$

点 G が三角形 ABC の外部にある場合は,

$$\angle AEG = 90^\circ - \angle IED = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C = \angle AIG$$

であり, いずれの場合も, 4 点 A, E, G, I は同一円周上にあることがわかる. ゆえに,

$$\angle AGE = \angle AEI = 90^\circ$$

である. \square

p.265 左段 下から 8 行目. 【基礎 3.6.18】の問題文

誤: 三角形 ABC の内心を O とし, 内接円が辺 BC, CA, AB と接する点を各々 A_1, A_2, A_3 とする.

正: 三角形 ABC の内心を O とし, 内接円が辺 BC, CA, AB と接する点を各々 A_1, B_1, C_1 とする.

p.265 右段 図の下 6 行目. 【基礎 3.6.18】の解答誤:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角 $\angle B_1A_1A_2$ と $\angle C_1A_1A_2$ とは相等しい.

正:

したがって, 長さの等しい弧上の円周角 $\angle B_1A_1A_2$ と $\angle C_1A_1A_2$ とは相等しい.

p.269 左段. 最初の図の下から【基礎 3.6.26】の直前までの段落を以下のように差し替える.

[差し替え前]

図のように, 円 O_1 と O_2 の交点を A, B , 円 O_2 と O_3 の交点を C, D , 円 O_3 と O_1 の交点を E, F とする. 直線 AB と CD の交点を P とし, 直線 PE と円 O_3, O_1 の E 以外の交点を各々 F_3, F_1 とする. 方冪の定理より

$$PE \cdot PF_3 = PC \cdot PD = PA \cdot PB = PE \cdot PF_1$$

が成り立つので, $PF_3 = PF_1$, すなわち $F_3 = F_1$ である. F_3 は O_3 上の点, F_1 は O_1 上の点であったので, $F_3 = F_1 = F$ となる. したがって, 3 直線 AB, CD, EF は 1 点 P で交わる. \square

[差し替え後]

円 O_2 と O_3 の根軸を l_1 , 円 O_3 と O_1 の根軸を l_2 , 円 O_1 と O_2 の根軸を l_3 とし, l_1 と l_2 の交点を P とする.

点 P を通る直線 l が円 O_1 と 2 点 X, Y で交わる時, 方冪 $m = PX \cdot PY$ は l に選び方に依らず一定である. P は根軸 l_2, l_3 上の点だから, P の O_2, O_3 に関する方冪も m である. 従って, P は l_1 上の点でもある. \square

p.270 左段. 【基礎 3.6.28】の問題と解答を以下と差し替え

【基礎 3.6.28】(1997 バルト問 12)

平面上の 2 円 C_1, C_2 が相異なる 2 点 P, Q で交わっている. P を通る直線が円 C_1, C_2 とそれぞれ点 A, B で交わっている. AB の中点を Y とし, QY が円 C_1, C_2 とふたたび交わる点を各々 X, Z とする. Y は線分 XZ の中点であることを証明せよ.

解答. 図 1 のような場合を考える. 円周角の定理により,

$$\angle PAX = \angle PQX = \angle PBZ$$

である. $\triangle AXY$ と $\triangle BXZ$ は, $\angle YAX = \angle YBZ$, $AY = BY$, $\angle AYX = \angle BYZ$ (対頂角) だから, 一辺と二角が等しく, 合同である. したがって $YX = YZ$ であって, Y は XZ の中点である.

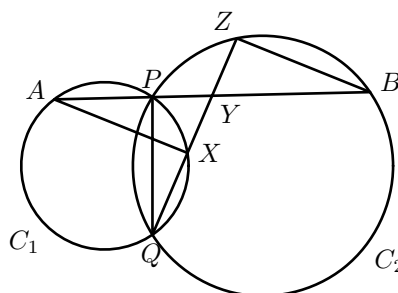


図 1

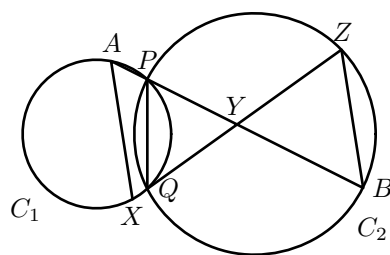


図 2

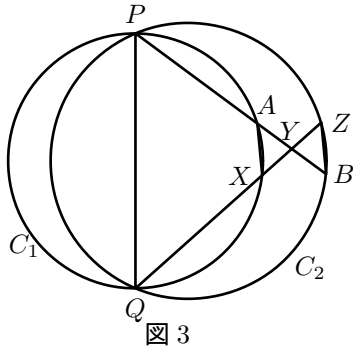


図 2, 図 3 の場合も, 同様な角度の計算で証明できる. \square

p.277 右段 1 行目

誤:

$$az\bar{z} + bz + \bar{b}z + d = 0 \quad (2)$$

正:

$$az\bar{z} + bz + \bar{b}\bar{z} + d = 0 \quad (2)$$

p.287 右段 18 行目

誤: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体という.

正: 4 面の面積が等しい四面体を等積四面体という.

p.289 ~ p.290. 【基礎 3.8.8】の解答を以下と差し替える. 図はそのまま.

【基礎 3.8.8】

4 面の面積が等しい四面体は, 3 組の対辺の長さが等しく, 面がすべて合同であることを証明せよ.

解答. 初等幾何学的に証明することも可能だが, ここではヘロンの公式に基づく計算によって示す. 面のうち 3 辺の 2 乗の和が最大のものの 3 辺の長さを a, b, c とし, それと反対側にある頂点から他の 3 辺の長さを各々 p, q, r とする.

$$a^2 + b^2 + c^2 \quad (1)$$

$$\geq \max\{a^2 + q^2 + r^2, b^2 + r^2 + p^2, c^2 + p^2 + q^2\}$$

と仮定しても一般性を失わない. さらに,

$$a^2 - p^2 \geq b^2 - q^2 \geq c^2 - r^2 \quad (2)$$

と仮定しても一般性を失わない. このとき, $a^2 + b^2 + c^2 \geq a^2 + q^2 + r^2$ より,

$$a^2 - p^2 \geq b^2 - q^2 \geq |c^2 - r^2| \geq 0 \quad (3)$$

である.

$$\begin{aligned} 16|\triangle ABC|^2 &= (a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c) \\ &= -a^4 + 2a^2(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2 \end{aligned}$$

に注意する. $|\triangle ABC| = |\triangle BCD|$ より,

$$\begin{aligned} -a^4 + 2a^2(b^2 + c^2) - (b^2 - c^2)^2 \\ = -a^4 + 2a^2(q^2 + r^2) - (q^2 - r^2)^2 \end{aligned}$$

である. これを変形すると

$$\begin{aligned} 2a^2(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) \\ = (b^2 - q^2 - c^2 + r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \end{aligned} \quad (4)$$

となる. 同様に $|\triangle ABD| = |\triangle ACD|$ より,

$$\begin{aligned} 2p^2(b^2 - q^2 - c^2 + r^2) \\ = (b^2 - q^2 + c^2 - r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \end{aligned} \quad (5)$$

を得る. すると, (4), (5) より,

$$\begin{aligned} a^2(b^2 - q^2 + c^2 - r^2)^2 \\ = \frac{1}{2}(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) \\ \times (b^2 - q^2 - c^2 + r^2)(b^2 + q^2 - c^2 - r^2) \\ = p^2(b^2 - q^2 - c^2 + r^2)^2 \end{aligned}$$

となる. (1), (2) より, 両辺の符号に注意して平方根をとって,

$$a(b^2 - q^2 + c^2 - r^2) = p(b^2 - q^2 - c^2 + r^2)$$

すなわち,

$$(a-p)(b^2 - q^2) + (a+p)(c^2 - r^2) = 0 \quad (6)$$

を得る. 同様に, (ただし, 最後に平方根をとるとき符号に注意して)

$$\begin{aligned} b(c^2 - r^2 + a^2 - p^2) &= -q(c^2 - r^2 - a^2 + p^2) \\ c(a^2 - p^2 + b^2 - q^2) &= r(a^2 - p^2 - b^2 + q^2) \end{aligned}$$

であるので,

$$(b-q)(a^2 - p^2) + (b+q)(c^2 - r^2) = 0 \quad (7)$$

$$(c-r)(a^2 - p^2) + (c+r)(b^2 - q^2) = 0 \quad (8)$$

を得る. (6), (8) より,

$$\begin{aligned} (a-p)^2(b^2 - q^2) &= -(a^2 - p^2)(c^2 - r^2) \\ &= (c+r)^2(b^2 - q^2) \end{aligned}$$

だから,

$$((c+r)^2 - (a-p)^2)(b^2 - q^2) = 0 \quad (9)$$

を得る。ここで, 三角形不等式から

$$c+r+p-a > c+b-a > 0$$

である。また, (3) より $a \geq p$ なので, $c+r+a-p > 0$ である。よって, $(c+r)^2 - (a-p)^2 \neq 0$ なので, (9) より $b=q$ を得る。これを (7) に代入して $c=r$ となる。さらに, $|\triangle ABC| = |\triangle ABD|$ より, $a=p$ が得られる。□

p.292 右段 20 行目

誤: もし, AB から対面に引いた垂線 AH, BK が交われば,

正: もし, A, B から対面に引いた垂線 AH, BK が交われば,

【基礎編第 4 章】

p.308 左段 下から 11 行目

誤:

$$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r+1}$$

正:

$$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r-1}$$

p.347 右段 6 行目【基礎 4.6.1】の問題文

誤: 次の条件 (1), (2) を満たす A の部分集合 S は何個あるか。

正: 次の条件 (1), (2) を満たす A の部分集合 S は何個あるか。

【演習編第 1 章】

p.397 右段 11 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: 例 1.1. $\text{ord}_3 24 = 1, \text{ord}_3 18 = 2, \text{ord}_2 108 = 5, \text{ord}_2 109 = 0.$

正: 例 1.1. $\text{ord}_3 24 = 1, \text{ord}_3 18 = 2, \text{ord}_2 108 = 2, \text{ord}_2 109 = 0.$

p.413 左段 2 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: よって $x = 1, y = 2$ である。

正: よって $k = 3$ の場合の結果から $x = 1, y = 2$ である。

p.413 左段 4~5 行目. 【演習 1.2.7】の解答

誤: すると, 上と同様に $2^m = 2$ を得, これは矛盾である。

正: $1 + 3^m = t$ とおくと

$$1 - 2^m + 4^m = (1 + 2^m)^2 - 3 \cdot 2^m = 3^{2t} - 3 \cdot 2^m = 3^s$$

なので, $m = 1$ を得る。これは矛盾である。

【演習編第 2 章】

p.528 左段 下から 2 行目 8~右段 1 行目. 【演習 2.6.15】の問題文

誤: (a) 11 項の正の整数よりなる単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も単調増加な等差数列となるものは存在するか?

正: (a) 11 項の正の整数よりなる狭義単調増加な等差数列で, 各項の十進法表示における各桁の数字の和も狭義単調増加な等差数列となるものは存在するか?

【演習編第 3 章】

p.567 左段 下から 1 行目 (図の直前). 【演習 3.2.26】の解答

誤: b は O と通るので $OT = OT'$, である。

正: b は O を通るので $OT = OT'$ である。

p.649 右段. 【演習 3.9.7】の解答を以下と差し替え (元の解答は誤り)

解答. 存在する. $|x| \leq 3, |y| \leq 3, |z| \leq 3$ で定まる立方体から, $|x| < 2, |y| < 2, |z| < 2$ で定まる立方体をくりぬいた中空箱に, 前題の解答で構成した 6 つの平行六面体からなる立体を接続する。すると, 原点からはこの多面体のどの頂点も見えない。□

【演習編第 4 章】

誤植は発見されていませんが, 幾つかの問題について, 掲載された解答より簡明でエレガントな解答が発見されています。