

初版・新装版共通の修正箇所。(修正以外に, 補足説明も書いておきます.)

p.4, 下から12行目

誤: 最も弱い位相

正: 最も強い(細かい)位相

p.5, 4行目

誤: \mathbb{C}^n やその部分集合は

正: \mathbb{C}^n やその部分空間は

p.10, 5行目

誤: で定まる写像を $\psi: \overline{C} \rightarrow \mathbb{P}^1$ とおくと,

正: で定まる写像を $\psi: \overline{C} \rightarrow \mathbb{P}^1$ とおく(ただし $\psi(-1:0:1) = (0:1)$ とする)と,

p.12, 最下行

誤: $t = y/x$

正: $t = x/y$

p.13, 1行目

誤: $x = t^2, \quad y = t^3$

正: $x = t^3, \quad y = t^2$

p.13, 17行目

誤: $y = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^2}$

正: $y = \frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2}$

p.19 下から 8 行目 ~ p.20 3 行目

定理 1.2.4 の証明を、以下の原稿と差し替えて下さい。

証明.* \mathfrak{m} が極大イデアルのとき、 $K = \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m}$ は体である。 $\psi: \mathbb{C}[X, Y] \rightarrow \mathbb{C}[X, Y]/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする。 $\psi(\mathbb{C})$ は \mathbb{C} と同型な K の部分体なので、 $\psi(\mathbb{C})$ と \mathbb{C} を同一視して $\mathbb{C} \subset K$ と考える。

K が \mathbb{C} 上超越的な元 t を含むと仮定する。 $1/t \in K$ なので、 $\psi(h) = t$ 満たす $h \in \mathbb{C}[X, Y] - \mathfrak{m}$ が存在する。 $\mathbb{C}[X, Y]$ の単項イデアルは極大でないので、 \mathfrak{m} は \mathbb{C} 上代数的独立な元 f, g を含む。このとき、 f, g, h は \mathbb{C} 上代数的独立であるが、これは $\mathbb{C}[X, Y]$ では起こり得ない (厳密な証明は、第 2.2.3 項を見よ)。よって、 K は \mathbb{C} の代数拡大である。 \mathbb{C} の代数拡大は \mathbb{C} 以外にないから、 $K = \mathbb{C}$ である。そこで、 $a = \psi(X), b = \psi(Y) \in K = \mathbb{C}$ とおけば、 $\psi(X - a) = \psi(Y - b) = 0$ だから、 $(X - a, Y - b) \subset \text{Ker } \psi = \mathfrak{m}$ である。 $(X - a, Y - b)$ は $\mathbb{C}[X, Y]$ の極大イデアルだから、 $(X - a, Y - b) = \mathfrak{m}$ である。□

p.30 下から 4 行目

誤: $N_i = N$

正: $N_i = N_n$

p.32 定理 2.1.7 (補足説明)

定理 2.1.7 の厳密な証明には、後で証明する定理 2.2.20 が必要になる。定理 2.1.7 の証明は以下の通り。

証明. (1) \mathfrak{m} は $S = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$ の極大イデアルとし、 $\psi: S \rightarrow S/\mathfrak{m} = K$ を自然な全射とする。今、 K が \mathbb{C} 上超越的な元 t を含むと仮定する。 $1/t \in K$ なので、 $\psi(h) = t$ 満たす $h \in S - \mathfrak{m}$ が存在する。すると、 $n+1$ 個の元 $h, X_1, \dots, X_n \in S$ は \mathbb{C} 上代数的独立になる。すると、定理 2.2.20 より、 $n = \text{Krull dim } S = \text{tr. deg}_{\mathbb{C}} Q(S) \geq n+1$ となり矛盾する。よって、 K は \mathbb{C} 上代数的で、 $K = \mathbb{C}$ となる。そこで、 $a_i = \psi(X_i)$ とおき $\mathfrak{M} = (X_1 - a_1, \dots, X_n - a_n)$ とおく。 $\psi(X_i - a_i) = 0$ だから、 $\mathfrak{M} \subset \text{Ker } \psi = \mathfrak{m}$ である。 \mathfrak{M} は S の極大イデアルだから、 $\mathfrak{M} = \mathfrak{m}$ である。

(2) の証明は、定理 1.2.5 の証明と同様である。□

p.38 8 行目と 10 行目

$D =$ は不要なので削除 (そのままでも問題はないが)

p.40 下から 5 行目

誤: アフィン代数多様体と同型である .

正: アフィン代数多様体と同一視できる .

(解説) 「同型」の定義を与えていないので, 上のよう書き換えて下さい .

p.40 下から 3 行目 ~ 下から 2 行目

誤: $\varphi: S \rightarrow R = S/I$ を自然な全射とし, $\varphi(F) = f$ となる $F \in S$ をとる .

正: $\pi: S \rightarrow R = S/I$ を自然な全射とし, $\pi(F) = f$ となる $F \in S$ をとる .

p.41 下から 9 行目

誤: $U \cong \tilde{U}$

正: \tilde{U}

新装版の p.41, 下から 13 行目 (初版は, 「初版にある修正箇所」を参照)

誤: $f_r \in R$ ならば,

正: $f_r \in R - \{0\}$ ならば,

新装版の p.41, 下から 10 行目 (初版は, 「初版にある修正箇所」を参照)

誤: 代数多様体と同型である .

正: 代数多様体と同一視できる .

新装版の p.42, 下から 3 行目 ~ 2 行目 (初版は, 「初版にある修正箇所」を参照)

誤: また, U が R_U を座標環とするアフィン代数多様体と同型であるとき,

正: また, R_U が \mathbb{C} 上有限生成で, U の点と R_U の極大イデアルが自然な対応で 1 対 1 に対応するとき,

新装版の p.46 最下行, 初版の p.46 下から 6 行目

誤: I が準素イデアルのとき,

正: I の極小素因子が 1 個しか存在しないとき,

新装版の p.47 5 ~ 6 行目, 初版の p.47 1 ~ 2 行目

下の段落を削除して下さい.

ただし, $C[X_1, \dots, X_n]$ や, コーエン・マコーレイ環と呼ばれる環 (定義 5.3.1 参照) のイデアルは, 埋没素因子を持たないことが知られている.

(解説) $C[X_1, \dots, X_n]$ や, コーエン・マコーレイ環と呼ばれる環において, イデアル I が r 個の元で生成され $\text{ht } I = r$ を満たすならば, I は埋没素因子を持たない, というのが「純性定理」です ([松村] p.164 参照).

p.49 定理 2.3.3. (補足説明)

R_p や JR_p の定義において, 分数表示は一意的でないことに注意せよ. 例えば, $\frac{g}{f} = \frac{g_1}{f_1}$, $g \in J$, $f \notin p$ であるとき, $f_1 \notin p$ であっても $g_1 \in J$ であるとは限らない.

新装版の p.53 下から 8 ~ 6 行目, 初版の p.53 10 ~ 8 行目

証明が理解しにくいようなので, 説明を追加します.

旧: $a = \det(I_n - A)$ とおけば, $ax = 0$ である. 他方, $a_{ij} \in m$ なので, ある $m \in m$ が存在して, $a = \det(I_n - A) = 1 + m$ と書ける. これは, $ax = 0$ と矛盾する.

新: $(I_n - A)$ の余因子行列を B とし $a = \det(I_n - A)$ とおけば, $ax = B(I_n - A)x = 0$ である. 他方, $a_{ij} \in m$ なので, ある $m \in m$ が存在して, $a = \det(I_n - A) = 1 + m \notin m$ である. m に属さない元は可逆だから, $x = 0$ となり矛盾する.

p.54 定義 2.2.9 の 4 行目

誤: $z \in R$ ならば x は R 上

正: $z \in R$ ならば z は R 上

p.54 補題 2.2.10 の 2 行目

誤: 逆に, $S \subset L$ が有限生成 R -加群

正: 逆に, R -多元環 $S \subset L$ が有限生成 R -加群

p.55 系 2.2.11 (補足説明)

次の主張 (5) を追加すると、後が理解しやすくなります。

(5) 整域 S が体 R 上整ならば S は体である。

証明. (5) $x \in S$ が (3) の証明のように表せるとき、

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a_0}(x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + a_2x + a_1) \in S$$

なので、 S は体である。

p.55 命題 2.2.13 の 2 行目

誤: $\mathfrak{p} = \mathfrak{q} \cap R$ は S の素イデアルである。

正: $\mathfrak{p} = \mathfrak{q} \cap R$ は R の素イデアルである。

p.56 定理 2.2.14 の証明を，次の原稿と差し替えて下さい．

証明.* まず， \mathfrak{p} が R の極大イデアルの場合を考える． $\mathfrak{p}S \neq S$ であることを示す．もし $\mathfrak{p}S = S$ ならば， $1 = p_1s_1 + \cdots + p_ks_k$ ($p_i \in \mathfrak{p}$, $s_i \in S$) と書ける． $S' = R[s_1, \dots, s_k]$ は有限生成 R -加群で， $S' = Rx_1 + \cdots + R_n x_n$ ($x_1 = 1$) と表わせば， $S' = \mathfrak{p}S'$ より， $x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$ ($a_{ij} \in \mathfrak{p}$) と表せる． a_{ij} を (i, j) -成分とする n 次正方行列を A とし， I を単位行列として， $b = \det(I - A) \in 1 + \mathfrak{p}$ とすれば， $bx_i = 0$ より $b = 0$ となり矛盾する．したがって， $\mathfrak{p}S \neq S$ である．

S における $\mathfrak{p}S$ の準素イデアル分解 $\mathfrak{p}S = J_1 \cap \cdots \cap J_m$ をとる． $I = \sqrt{J_1} \cap R$ とおけば， I は R の素イデアルで， $I \supset \mathfrak{p}$ である． \mathfrak{p} は極大イデアルだから， $I = \mathfrak{p}$ である．そこで， $\mathfrak{q} = \sqrt{J_1}$ とおく． S/\mathfrak{q} は R/\mathfrak{p} 上整なので体であり， \mathfrak{q} は極大イデアルである．

\mathfrak{p} が R の素イデアルの場合は， $S_{\mathfrak{p}} = \{x/y \in Q(S) \mid x \in S, y \in R - \mathfrak{p}\}$ とおくと， $S_{\mathfrak{p}}$ は $R_{\mathfrak{p}}$ の整拡大である． $\mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ は $R_{\mathfrak{p}}$ の極大イデアルなので，上の議論から $S_{\mathfrak{p}}$ の極大イデアル $\tilde{\mathfrak{q}}$ で $\tilde{\mathfrak{q}} \cap R_{\mathfrak{p}} = \mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}}$ を満たすものが存在する．そこで， $\mathfrak{q} = \tilde{\mathfrak{q}} \cap S$ とおけば， $\mathfrak{q} \cap R = \mathfrak{p}R_{\mathfrak{p}} \cap R = \mathfrak{p}$ である．

さて， R の素イデアル列 $\mathfrak{p}_0 \supsetneq \mathfrak{p}_1 \supsetneq \cdots \supsetneq \mathfrak{p}_r$ に対し， S の素イデアル列 $\mathfrak{q}_1 \supsetneq \mathfrak{q}_2 \supsetneq \cdots \supsetneq \mathfrak{q}_r$ で $\mathfrak{q}_i \cap R = \mathfrak{p}_i$ ($1 \leq i \leq r$) を満たすものが存在することを帰納法の仮定として， \mathfrak{q}_0 の存在を証明する． $\bar{S} = S/\mathfrak{q}_1$ は $\bar{R} = R/\mathfrak{p}_1$ の整拡大である．上の議論から， \bar{S} の素イデアル $\bar{\mathfrak{q}}$ で， $\bar{\mathfrak{q}} \cap \bar{R} = \mathfrak{p}_0/\mathfrak{p}_1$ を満たすものが存在する．そこで，自然な全射 $S \rightarrow \bar{S}$ による $\bar{\mathfrak{q}}$ の原像を $\mathfrak{q}_0 \subset S$ とすれば， $\mathfrak{q}_0 \cap R = \mathfrak{p}_0$ ， $\mathfrak{q}_0 \supsetneq \mathfrak{q}_1$ となる．これより， $\text{Krull dim } R \leq \text{Krull dim } S$ がわかる．

また， $\mathfrak{q}_0 \supsetneq \mathfrak{q}_1 \supsetneq \cdots \supsetneq \mathfrak{q}_r$ が S の素イデアル列のとき， $\mathfrak{q}_0 \cap R \supset \mathfrak{q}_1 \cap R \supset \cdots \supset \mathfrak{q}_r \cap R$ は R の素イデアル列であり，上の議論から，もし $\mathfrak{q}_i \cap R = \mathfrak{q}_{i+1} \cap R$ ならば $\mathfrak{q}_i = \mathfrak{q}_{i+1}$ である．よって， $\text{Krull dim } S \leq \text{Krull dim } R$ である． \square

新装版の p.62 10 行目，初版の p.62 13 行目

誤: ここで「 $\lambda, \mu \in \Lambda$, $\lambda \neq \mu$ ならば $M_\lambda \cap M_\mu = \{0\}$ 」が成り立つとき，

正: ここで「各 $\lambda \in \Lambda$ に対し $M_\lambda \cap \sum_{\mu \neq \lambda} M_\mu = \{0\}$ 」が成り立つとき，

初版にある修正箇所.

以下の誤植は初版にあるエラーで, 新装版では訂正されています。

p.41, 10 ~ 18 行目

アフィン開集合の定義が不適切であったので, 一連の修正を行います. この場所以外に, 定義 2.1.23, 命題 2.1.24, 命題 2.1.28, 命題 2.4.3, 定義 2.4.4, 命題 2.4.9, 定理 2.5.18, 補題 4.1.4 (の証明) に変更が必要になります. また, p.468 索引の「アフィン開集合」の参照ページが変わります.

誤: 上の定理の証明の中で述べたように,

$$R[1/f] \cong R[X]/(X \cdot f - 1)$$

であることに注意する.

定義 2.1.23. $D(f)$ の形に表せるアフィン代数多様体 V の部分集合を, V のアフィン開集合という.

命題 2.1.24. (1) V がアフィン代数多様体で, $U_1 = D(f_1), \dots, U_r = D(f_r)$ が V のアフィン開集合ならば, $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_r = D(f_1 f_2 \dots f_r)$ が成り立ち, これは V のアフィン開集合で, その座標環は $R[1/(f_1 \dots f_r)] = R[1/f_1] \dots R[1/f_r]$ である.

正: (上記部分を以下と差し替えて下さい)

注意 2.1.23. 上の定理の証明の中で述べたように,

$$R[1/f] \cong R[X]/(X \cdot f - 1)$$

である.

命題 2.1.24. (1) V が R を座標環とするアフィン代数多様体で, $f_1, \dots, f_r \in R - \{0\}$ ならば,

$$D(f_1) \cap D(f_2) \cap \dots \cap D(f_r) = D(f_1 f_2 \dots f_r)$$

が成り立ち, これは $R[1/(f_1 \dots f_r)] = R[1/f_1] \dots R[1/f_r]$ を座標環とするアフィン代数多様体と同一視できる.

p.42, 5 ~ 6 行目

誤: しかし, $D(f) \cup D(g)$ はアフィン開集合になるとは限らない.

正: しかし, $D(f) \cup D(g)$ はアフィン代数多様体になるとは限らない.

p.42, 最終行

誤: 方に依存しないことは, 定理 2.2.5 で証明される.)

正: 方に依存しないことは, 定理 2.2.5 で証明される.) また, R_U が \mathbb{C} 上有限生成で, U の点と R_U の極大イデアルが自然な対応で 1 対 1 に対応するとき, U は V のアフィン開集合であるという. 例えば, $D(f)$ は V のアフィン開集合である.

p.43, 10 ~ 23 行目

解説. もとの命題 2.1.28 の証明は間違っていますので, 命題を差し替えます.

誤: (次の命題 2.1.18 の主張と証明が完全に間違っています)

命題 2.1.28. V, W がアフィン代数多様体で, $\varphi: V \rightarrow W$ が単射正則写像であり, $\varphi(V)$ が W の開集合ならば, ある W の座標環 R_W の元 $f \in R_W$ が存在し, $\varphi(V) = D(f)$ となる.

証明. $V = \varphi(V)$ と考えれば, $\varphi^*: \text{Rat}(W) \rightarrow \text{Rat}(V)$ が W 上の有理関数 f の定義域を開集合 $\varphi(V)$ に制限する写像 $\varphi^*(f) = f \circ \varphi = f|_V$ として定義できる. 容易にわかるように, φ^* は全単射であり, よって, 同型写像である. φ^* によって $\text{Rat}(W) = \text{Rat}(V)$ と考える.

V の座標環を R_V とおくと, $\varphi^*: \text{Rat}(W) \rightarrow \text{Rat}(V)$ の定義域を $R_W \subset \text{Rat}(W)$ に制限した写像によって, 座標環の間の準同型写像 $\varphi: R_W \rightarrow R_V$ が得られ, これは単射である. そこで, R_W と $\varphi(R_W)$ を同一視することにより $R_W \subset R_V \subset \text{Rat}(V)$ とみなせる. R_V は \mathbb{C} 上有限生成だから, R_W 上も有限生成であり, $R_V = R_W[h_1, \dots, h_r]$ と書ける. ここで, $h_i = g_i/f_i$ ($f_i, g_i \in R_V$) と表せば, $R_V = R_W[1/f_1, \dots, 1/f_r] = R_W[1/(f_1 \cdots f_r)]$ である. 従って, $V = D(f_1 \cdots f_r)$ である. \square

正: (上の命題と証明を以下のものに差し替えて下さい)

命題 2.1.28. U, W がアフィン代数多様体 V のアフィン開集合ならば, $U \cap W$ も V のアフィン開集合である.

証明. V, U, W の座標環を R, R_U, R_W とする. ある $f_1, \dots, f_r; g_1, \dots, g_s \in R$ により, $U = D(f_1) \cup \dots \cup D(f_r), W = D(g_1) \cup \dots \cup D(g_s)$ と書ける. $Q(R)$ の部分環として,

$$R_U \cdot R_W = \left(\bigcap_{i=1}^r R \left[\frac{1}{f_i} \right] \right) \cdot \left(\bigcap_{j=1}^s R \left[\frac{1}{g_j} \right] \right) = \bigcap_{i=1}^r \bigcap_{j=1}^s R \left[\frac{1}{f_i g_j} \right] = R_{U \cap W}$$

だから, $R_{U \cap W}$ は \mathbb{C} 上有限生成な整域である.

$R_{U \cap W}$ の勝手な極大イデアル \mathfrak{m} をとる. もし, $\mathfrak{m} \cap R_U = R_U$ ならば $\mathfrak{m} = (\mathfrak{m} \cap R_U) \cdot R_{U \cap W} = R_{U \cap W}$ となり矛盾するから, $0 \neq R_U / (\mathfrak{m} \cap R_U) \subset R_{U \cap W} / \mathfrak{m} \cong \mathbb{C}$ となり, $\mathfrak{m} \cap R_U$ は R_U の極大イデアルである. 従って, \mathfrak{m} に対応する点 P が U 内にあり, 同様な議論で $P \in W$ だから $P \in U \cap W$ である.

逆に, $U \cap W$ の点 P に対し, 対応する R の極大イデアルを \mathfrak{n} とすると, $\mathfrak{n}R[1/f_i]$ は $R[1/f_i]$ の極大イデアル, $\mathfrak{n}R[1/g_j]$ は $R[1/g_j]$ の極大イデアルだから, $\mathfrak{n}R_{U \cap W}$ は $R_{U \cap W}$ の極大イデアルになる. したがって, $U \cap W$ は $R_{U \cap W} = R_U \cdot R_W$ を座標環とするアフィン代数多様体である. \square

p.45, 1 ~ 2 行目 例 2.1.33.

誤: \mathfrak{p} が R の素イデアルのとき, $\sqrt{(\mathfrak{p}^n)} = \mathfrak{p}$ で, \mathfrak{p}^n は準素イデアルである.

特に, $S = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$ において,

正: 正: \mathfrak{m} が R の極大イデアルのとき, $\sqrt{(\mathfrak{m}^n)} = \mathfrak{m}$ で, \mathfrak{m}^n は準素イデアルである. しかし, \mathfrak{p} が R の素イデアルのときには $\sqrt{(\mathfrak{p}^n)} = \mathfrak{p}$ は成り立つが, \mathfrak{p}^n が準素イデアルになるとは限らない. ただし, $\mathfrak{p}^n R_{\mathfrak{p}} \cap R$ は準素イデアルになる. 例えば, $R = \mathbb{C}[X, Y, Z]/(X^2 - YZ)$ において, $\mathfrak{p} = (X, Y)$ は R の素イデアルであるが, \mathfrak{p}^2 は準素イデアルにならない.

また, $S = \mathbb{C}[X_1, \dots, X_n]$ において,

p.59 下から 4 行目 ~ p.60 の 8 行目.

誤: 次の命題 2.2.24 の主張と証明が正しくありません . 大変ご迷惑をおかけしました . 命題 2.2.24 とその証明を下記の別の命題に差し替え , 第 2 章の最後に , 下記の命題 2.6.9 を追加して下さい .

(削除する部分)

命題 2.2.24. V はアフィン代数多様体 , X, Y は V の閉部分多様体で , $X \cap Y \neq \emptyset$ であると仮定すると ,

$$\dim(X \cap Y) \geq \dim X + \dim Y - \dim V$$

が成り立つ .

証明. $X \cap Y$ の既約成分のうち次元が最大なものの 1 つを Z とおく . また , X, Y, Z に対応する V の座標環 R の素イデアルを $\mathfrak{p}_X, \mathfrak{p}_Y, \mathfrak{p}_Z$ とする . $\mathfrak{p}_X + \mathfrak{p}_Y \subset \mathfrak{p}_Z$ である . $n = \dim V, a = n - \dim X = \text{ht } \mathfrak{p}_X, b = n - \dim Y = \text{ht } \mathfrak{p}_Y, c = n - \dim(X \cap Y) = n - \dim Z = \text{ht } \mathfrak{p}_Z$ として , $c \leq a + b$ を示せばよい .

R の素イデアル列 $(0) = \mathfrak{p}_0 \subsetneq \mathfrak{p}_1 \subsetneq \cdots \subsetneq \mathfrak{p}_b = \mathfrak{p}_Y$ をとる . X の座標環 R/\mathfrak{p}_X において , $(\mathfrak{p}_i + \mathfrak{p}_X)/\mathfrak{p}_X$ の極小素因子 \mathfrak{q}_i を , $(0) = \mathfrak{q}_0 \subset \mathfrak{q}_1 \subset \cdots \subset \mathfrak{q}_b$, かつ , $\mathfrak{q}_b = \mathfrak{p}_Z/\mathfrak{p}_X$ を満たすようにとる . $\mathfrak{q}_{i-1} \subsetneq J \subsetneq \mathfrak{q}_i$ を満たす素イデアル J は存在しない . すると , $b \geq \text{ht}(\mathfrak{p}_Z/\mathfrak{p}_X) = c - a$ である . \square

(削除する部分ここまで)

(この証明中の「 $\mathfrak{q}_{i-1} \subsetneq J \subsetneq \mathfrak{q}_i$ を満たす素イデアル J は存在しない」という部分が間違っています.)

上の命題の代わりに , 下の命題を配置して下さい .

正:

命題 2.2.24. R は \mathbb{C} 上有限生成な整域 , $I = (g_1, \dots, g_r)$ は R のイデアル , \mathfrak{p} は I の極小素因子とする . すると , $\text{ht } \mathfrak{p} \leq r$ が成り立つ .

証明. $h = \text{ht } \mathfrak{p}, \mathfrak{p}_h = \mathfrak{p}$ とし , 定理 2.2.20 のように $\mathfrak{p}_d \supsetneq \cdots \supsetneq \mathfrak{p}_h = \mathfrak{p} \supsetneq \cdots \supsetneq \mathfrak{p}_0 = (0)$ と $f_i \in \mathfrak{p}_i - \mathfrak{p}_{i-1}$ をとる . \mathfrak{p} を含む最小の $Q(R)$ の部分体を P とすると , P は $L := \mathbb{C}(f_1, \dots, f_h) \subset Q(R)$ 上代数的である .

$K = \mathbb{C}(g_1, \dots, g_r) \subset Q(R)$ を考える . もし , P が K 上代数的でないとする
と , $\mathfrak{p} \supsetneq \mathfrak{q} \supset I$ を満たす素イデアル \mathfrak{q} が存在するから , P は K 上代数的で ,

$$h = \text{tr. deg}_{\mathbb{C}} P = \text{tr. deg}_{\mathbb{C}} K \leq r$$

である . (この定理の一般化である Krull の標高定理については , [永田] 定理
3.2.7 を参照せよ.) □

p.60 4 行目 ~ 24 行目.

定理 2.2.28 の証明を以下と差し替えて下さい . 本質的にアイデアは同じです
が , 証明の記述を改善しました .

証明. φ は全射だから , φ^* は単射である . φ^* を通して $\text{Rat}(W) \subset \text{Rat}(V)$
と看做す . $\text{tr. deg}_{\mathbb{C}} \text{Rat}(W) = \dim W = \dim V = \text{tr. deg}_{\mathbb{C}} \text{Rat}(V)$ で , $\text{Rat}(V)$
は \mathbb{C} 上有限生成な体なので , $\text{Rat}(V)$ は $\text{Rat}(W)$ の有限次代数拡大である .
 $\text{Rat}(W) \neq \text{Rat}(V)$ と仮定して矛盾を導く .

R_V, R_W を V, W の座標環とし , $f \in R_V - \text{Rat}(W)$ をとる . f の $\text{Rat}(W)$
上の最小多項式を , $F = T^n + a_{n-1}T^{n-1} + \dots + a_0 = 0$ ($a_i \in \text{Rat}(W)$) とする .
 $n \geq 2$ である . a_0, \dots, a_{n-1} を R_W の元の分数で表わし , その分母の積を b と
する . R_W, R_V のかわりに $R_W[1/b], R_V[1/b]$ を考え , V, W を $b \neq 0$ で定ま
る V, W のアフィン開集合でおきかえることにより , $a_i \in R_W$ と仮定してよい .

$$R = R_W[T]/(F) = R_W[T]/(T^n + a_{n-1}T^{n-1} + \dots + a_0)$$

とおく . R を座標環をするアフィン代数多様体を Z とする . W が \mathbb{C}^r 内で
 $g_1 = \dots = g_m = 0$ で定まるとアフィン多様体ならば , Z は \mathbb{C}^{r+1} 内で $g_1 =$
 $\dots = g_m = F = 0$ で定まるアフィン多様体である .

包含写像 $R_W \subset R$ より全射 $\psi: Z \rightarrow W$ が定まり , $n \geq 2$ より ψ は単射でな
い . 実際 , $Q \in W$ を適当に選べば , $T^n + a_{n-1}(Q)T^{n-1} + \dots + a_0(Q) = 0$ は
相異なる n 個の解 $t_1, \dots, t_n \in \mathbb{C}$ を持ち , $\psi^{-1}(Q)$ は $(t_i, Q) \in Z \subset \mathbb{C}^{r+1}$ とい
う形の n 個の点からなる集合である .

他方 , $R \subset R_V$ だから , 全射 $\pi: V \rightarrow Z$ が存在し , $\psi \circ \pi = \varphi$ を満たす . こ
れは , φ が単射であることに反する . □

以下の原稿を p.86 下から 5 行目の直前に追加して下さい .

命題 2.6.9. V は非特異代数多様体 , X, Y は V の閉部分多様体で , Z は $X \cap Y$ の既約成分であると仮定すると ,

$$\dim Z \geq \dim X + \dim Y - \dim V$$

が成り立つ . ($X \cap Y = \phi$ の場合もあるので注意すること .)

証明. Step 1. $V = \mathbb{C}^n$, $\dim X = m$ で X が $V = \mathbb{C}^n$ 内で $n - m$ 個の多項式の連立方程式 $f_1 = \cdots = f_{n-m} = 0$ で定まるアフィン多様体の場合を考える . R_Y を Y の座標環とすると , Z はイデアル $(f_1, \dots, f_{n-m}) \subset R_Y$ の極小素因子 \mathfrak{p} に対応する . 命題 2.2.24 より , $\text{ht } \mathfrak{p} \leq n - m$ である . したがって ,

$$\dim Z = \dim Y - \text{ht } \mathfrak{p} \geq \dim Y - (\dim V - \dim X)$$

が成り立つ .

Step 2. $V = \mathbb{C}^n$ で , X, Y が一般の場合を考える .

$\Delta = \{(x, x) \in V \times V \mid x \in V\}$ とする . 対角写像 $\varphi: V \rightarrow \Delta$ ($\varphi(x) = (x, x)$) は同型写像で , $X \cap Y \xrightarrow{\varphi} ((X \times Y) \cap \Delta)$ も同型写像である . Step 1 の結果から ,

$$\dim \varphi(Z) \geq \dim(X \times Y) + \dim \Delta - \dim(V \times V) = \dim X + \dim Y + n - 2n$$

なので結論を得る .

Step 3. V が一般の非特異代数多様体の場合を考える .

点 $P \in Z$ をとり , P を含む Z の座標開集合 $P \in U \subset Z$ をとり , (x_1, \dots, x_n) ($n = \dim Z$) をその広義局所座標系とする . 正則関数の組 (x_1, \dots, x_n) により , 正則写像 $\varphi: U \rightarrow \mathbb{C}^n$ が定まる . (x_1, \dots, x_n) が狭義局所座標系になるような適当な解析的開集合 $P \in W \subset U$ に制限すれば , $\varphi|_W: W \rightarrow \varphi(W)$ は同型写像である . したがって , Step 2 の場合に問題が帰着される . \square

注意 2.6.10. V の特異点集合上で X と Y が交わる場合には上の定理は成立しない . 例えば ,

$$V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid xw = yz\}$$

$$X = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid x = y = 0\}$$

$$Y = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{C}^4 \mid z = w = 0\}$$

とすると, $X \subset V, Y \subset V$ で $X \cap Y = \{0\}$ (原点 1 点のみからなる集合) である.

$$\dim(X \cap Y) = 0, \quad \dim X = \dim Y = 2, \quad \dim V = 3$$

なので, $\dim(X \cap Y) < \dim X + \dim Y - \dim V$ となる.

(追加する原稿ここまで)

この変更に伴い, 以下を変更して下さい.

p.136, 15 行目

誤: 体なので, 命題 2.2.24 より, $\dim \varphi(G \times G) \leq \dim G$ となる.

正: 体なので, 命題 2.6.9 より, $\dim \varphi(G \times G) \leq \dim G$ となる.

p.68 1 ~ 3 行目. (これは, 定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

誤:

(1) U_I は R_I を座標環とするアフィン代数多様体である. つまり, 勝手な $i \in I$ に対して, ある $f_i \in R_i$ が存在し, U_I はアフィン代数多様体 U_i の $D(f_i)$ という形のアフィン開集合で, $R_I = R_i[1/f_i]$ と書ける.

正: (1) U_I は R_I を座標環とするアフィン代数多様体である.

p.68 7 行目. (これも, 定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

誤: 命題 2.1.24(1) より, U_I は $D(f)$ という形の U_i のアフィン開集合であり,

正: 命題 2.1.28 より, U_I は U_i のアフィン開集合であり,

p.68 下から 8 ~ 9 行目. (これも, 定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

誤: $\phi \neq I \subset J$ のとき, U_J は U_I のアフィン開集合だから, 命題 2.1.28 より, ある $h \in R_I$ により, $R_J = R_I[1/h]$ と書ける. したがって, $(R_I)_{m_I} = (R_J)_{m_J}$ であり,

正: $\phi \neq I \subset J$ のとき, U_J は U_I のアフィン開集合だから, 命題 2.1.28 の証明で説明したように, $(R_I)_{m_I} = (R_J)_{m_J}$ であり,

p.70 11 行目 ~ p.71 4 行目. (定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

命題 2.4.9 とその証明を差し替えて下さい .

誤:

命題 2.4.9. X は代数多様体, U, W は X の空でないアフィン開集合で, その座標環を R_U, R_W とする. このとき, 次が成り立つ .

- (1) $U \cap W$ は $R_U \cdot R_W$ を座標環とする X の空でないアフィン開集合である .
- (2) ある $f \in R_U$ が存在し, $R_U \cdot R_W = R_U[1/f]$ と書ける . つまり, $U \cap W$ は U の中で $f \neq 0$ で定まるアフィン開集合 $D(f)$ である .
- (3) X の任意のザリスキー開集合 V は, ある有限個のアフィン開集合 V_1, \dots, V_m により, $V = V_1 \cup \dots \cup V_m$ と表せる .
- (4) もし, $V = U \cup W$ もアフィン開集合ならば, U, W, V の座標環を R_U, R_W, R_V とするとき,

$$R_{U \cap W} = R_U \cdot R_W = R_U + R_W$$

が成り立つ .

証明. 命題 2.1.28 の証明と同様, $R = R_U \cdot R_W$ は R_U 上有限生成な整域で, ある $f \in R_U$ により, $R = R_U[1/f]$ と書けることが証明できる .

$R = R_U \cdot R_W = R_U[1/f]$ の任意の極大イデアル \mathfrak{m} をとる . $\mathfrak{m}_U = \mathfrak{m} \cap R_U$ は R_U の極大イデアルで, それに対応する点を $P \in U$ とする . また, $\mathfrak{m}_W = \mathfrak{m} \cap R_W$ は R_W の極大イデアルで, それに対応する点を $Q \in W$ とする . $\mathcal{O}_{X,P} = (R_U)_{\mathfrak{m}_U} = R_{\mathfrak{m}} = (R_W)_{\mathfrak{m}_W} = \mathcal{O}_{X,Q}$ なので, $P = Q \in U \cap W$ である . 従って, $U \cap W$ は R を座標環とするアフィン代数多様体である . これより (1) と (2) を得る .

(3) U_i のあるアフィン開集合 $V_{i,1}, \dots, V_{i,m_i}$ により $U_i = V_{i,1} \cup \dots \cup V_{i,m_i}$ と表せる . $V_{i,j}$ は X のアフィン開集合でもあるので, (3) が成立する .

(4) は命題 2.1.24(2) から得られる . □

正:

命題 2.4.9. X は代数多様体, U, W は X の空でないアフィン開集合で, その座標環を R_U, R_W とする. このとき, 次が成り立つ.

- (1) $U \cap W$ は $R_U \cdot R_W$ を座標環とする X の空でないアフィン開集合である.
- (2) X の任意のザリスキー開集合 V は, ある有限個のアフィン開集合 V_1, \dots, V_m により, $V = V_1 \cup \dots \cup V_m$ と表せる.
- (3) もし, $V = U \cup W$ もアフィン開集合ならば, U, W, V の座標環を R_U, R_W, R_V とするとき,

$$R_{U \cap W} = R_U \cdot R_W = R_U + R_W$$

が成り立つ.

証明. (1) $R_{U \cap W} \supset R_U, R_W$ より $R_{U \cap W} \supset R_U \cdot R_W$ である. 逆に,

$$R_{U \cap W} = \bigcap_{P \in U \cap W} \mathcal{O}_{X,P} \subset \left(\bigcap_{P \in U} \mathcal{O}_{X,P} \right) \cdot \left(\bigcap_{Q \in W} \mathcal{O}_{X,Q} \right) = R_U \cdot R_W$$

なので, $R_{U \cap W} = R_U \cdot R_W$ である. これは \mathbb{C} 上有限生成な整域である. 命題 2.1.28 の証明と同様に, $R_{U \cap W}$ の極大イデアルと $U \cap W$ の点が 1 対 1 に対応することが証明でき, $U \cap W$ は $R_{U \cap W} = R_U \cdot R_W$ を座標環とするアフィン代数多様体である.

(2) U_i のあるアフィン開集合 $V_{i,1}, \dots, V_{i,m_i}$ により $U_i = V_{i,1} \cup \dots \cup V_{i,m_i}$ と表せる. $V_{i,j}$ は X のアフィン開集合でもあるので, (2) が成立する.

(3) は命題 2.1.24(2) から得られる. □

p.83 下から 8 行目 ~ 7 行目. (定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

誤: R は \mathbb{C} 上有限生成な環なので, 命題 2.4.9 より, ある $g \in R_U$ により $R = R_U[1/g]$ と書ける. このとき, R は $U_0 = D(g) \subset U$ の座標環である.

正: R は \mathbb{C} 上有限生成な環なので, U のあるアフィン開集合 U_0 の座標環になる.

p.99 3 行目

誤: 部分形式

正: 微分形式

p.109 下から 6 行目

誤: $(f_3 - f_2) - (f_2 - f_1) + (f_2 - f_1) = 0$

正: $(f_3 - f_2) - (f_3 - f_1) + (f_2 - f_1) = 0$

p.124 1 行目

誤: $t = 0$ で定まる C 上の因子を D とするとは, $\deg(D) = d$ である

正: $t = 0$ で定まる C 上の因子を D とすると, $\deg(D) = d$ である

p.137, 下から 6 行目 (定義 3.6.14. の冒頭)

誤: $e_1, \dots, e_{2n} \in \mathbb{C}^{2n}$ は

正: $e_1, \dots, e_{2n} \in \mathbb{C}^n$ は

p.149, 10 ~ 14 行目 (参考 3.7.13.)

誤: C が超楕円曲線でないとき, $g(C) = 4$ ならば $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^3$ はある 2 次曲面と 3 次曲面の共通部分として表せる 6 次曲線に一致し, $g(C) = 5$ ならば $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^4$ はあるの 3 個の 2 次超曲面の共通部分として表せる 8 次曲線に一致する. しかし, $g(C) \geq 6$ のときは, $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^{g-1}$ を $g-2$ 個の超曲面の共通部分として表すことができるとは限らない.

正: C が超楕円曲線でないとき, $g(C) = 4$ ならば $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^3$ はある 2 次曲面と 3 次曲面の共通部分として表せる 6 次曲線に一致する. しかし, $g(C) \geq 5$ のときは, $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^{g-1}$ を $g-2$ 個の超曲面の共通部分として表すことができるとは限らない.

お詫びと解説: $g(C) = 5$ の超楕円曲線 C は, $\dim_{\mathbb{C}} L(P+Q+R) = 1$ を満たす (必ずしも相異なるとは限らない) 3 点 $P, Q, R \in C$ が存在するとき trigonal と呼ばれる. 相異なる 3 点 P, Q, R について, $\dim_{\mathbb{C}} L(P+Q+R) = 1$ はこの 3 点が \mathbb{P}^4 内で同一直線上にあることと同値である. 正しい命題は「 $g(C) = 5$ の非特異射影曲線 C は, C が楕円曲線でも trigonal でもなければ, $\Phi_{|K_C|}(C) \subset \mathbb{P}^4$ はあるの 3 個の 2 次超曲面の共通部分として表せる 8 次曲線に一致する」です.

p.151, 下から 5 行目

誤: 定理 3.7.19

正: 定義 3.7.19

p.159, 11 ~ 13 行目 (定義 2.1.23 の変更に伴う修正です)

誤: r に関する帰納法で証明する . $r \geq 3$ とし , $r - 1$ まで補題は正しいと仮定する .

X の座標環を $R = \mathcal{O}_X(X)$ とし , $U_i = D(f_i)$ ($f_i \in R$) とする . $V(f_1) \cap \cdots \cap V(f_r) = \phi$ より ,

正: X の座標環を $R = \mathcal{O}_X(X)$ とする . $U_i = D(g_1) \cup \cdots \cup D(g_k)$ ($g_j \in R$) という形に書けるから , はじめから $U_i = D(f_i)$ ($f_i \in R$) と書ける場合に証明すれば十分である . r に関する帰納法で証明する . $r \geq 3$ とし , $r - 1$ まで補題は正しいと仮定する .

$(f_1, \dots, f_r) = R$ なので ,

p.159, 17 ~ 18 行目

誤: さらに $U'_i = U_i \cap W$ とおけば ,

正: さらに $U'_i = U_i \cap W = D(f_i(f_r g_r - 1))$ とおけば ,

p.163 下から 5 行目

誤: ものが存在する . $1 \leq k < l \leq$ に対し ,

正: ものが存在する . $1 \leq k < l \leq 4$ に対し ,

p.169 5 行目

誤: どちらも証明も同じだから , $\psi_C^{r+1} \circ d_M^r = d_N^r \circ \psi_C^r$ のほうを証明する .

正: どちらも証明は同じだから , $\psi_C^{r+1} \circ d_M^r = d_N^r \circ \psi_C^r$ のほうを証明する .

p.170 10 ~ 11 行目

誤: なお , アフィン開集合のかわりに解析的開集合を用いても , 同様な議論が展開でき , 同様な定理が成立する .

正: なお, アフィン開集合のかわりに解析的開集合を用いても, 同様な議論が展開でき, 一定条件下に同様な定理が成立する.

p.183 下から 9 行目

誤: の同型写像 $\Phi_{|m_1 A|}: X \rightarrow \mathbb{P}^n$ によって,

正: の同型写像 $\Phi_{|A|}: X \rightarrow \mathbb{P}^n$ によって,

p.191 11 行目

誤: $0 \rightarrow \mathcal{J}_X(m-1) \rightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(m) \rightarrow \mathcal{O}_X(mY) \rightarrow 0$

正: $0 \rightarrow \mathcal{J}_X(m) \rightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}(m) \rightarrow \mathcal{O}_X(mY) \rightarrow 0$

p.223 9 行目

誤: $Q = f(P) \in V_2$ とおき,

正: $Q = \varphi(P) \in V_2$ とおき,

p.269 11 行目

誤: $\rightarrow H_r(X, R) \rightarrow \bigoplus_{p+q=r-1} \text{Tor}_1^R(H_p(X, R), H_q(Y, R)) \rightarrow 0$

正: $\rightarrow H_r(X \times Y, R) \rightarrow \bigoplus_{p+q=r-1} \text{Tor}_1^R(H_p(X, R), H_q(Y, R)) \rightarrow 0$

p.271 10 行目

誤: 連続写像 $\varphi: \sigma_{p+q} \rightarrow X$ によって,

正: 連続写像 $\varphi: \sigma \rightarrow X$ によって,

p.271 14 行目

誤: $\partial^{p+q}(f \cup g) = (\partial^p f) \cup g + (-1)^p f \cup (\partial^q g)$

正: $\partial^{p+q}(f \cup g) = (\partial^p f) \cup g + (-1)^p f \cup (\partial^q g)$

p.293, 2 行目

誤: (5) 各 n に対し, ある p_0, p_1 が存在し, $F^{p_1}(E^n) = E^n, F^{p_2}(E^n) = 0$.

正: (5) 各 n に対し, ある p_1, p_2 が存在し, $F^{p_1}(E^n) = E^n, F^{p_2}(E^n) = 0$.

p.293, 11 ~ 12 行目

誤: (2) 整数 $i \geq 2$ を固定する. $E_2^{1,i-1} = E_2^{2,i-2} = \dots = E_2^{i-2,2} = E_2^{i-1,1} = 0, E_2^{1,i} = E_2^{2,i-1} = \dots = E_2^{i-1,2} = E_2^{i,1} = 0$ ならば, 完全系列

正: (2) 整数 $i \geq 2$ を固定する. $E_2^{1,i-2} = E_2^{2,i-3} = \dots = E_2^{i-3,2} = E_2^{i-2,1} = 0, E_2^{1,i-1} = E_2^{2,i-2} = \dots = E_2^{i-2,2} = E_2^{i-1,1} = 0, E_2^{2,i-1} = E_2^{3,i-2} = \dots = E_2^{i-1,2} = E_2^{i,1} = 0$ ならば, 完全系列

p.294, 8 ~ 9 行目

誤: (1) ~ (3) を示す. $i \leq p+q \leq i+1, p \geq 1, q \geq 1$ ならば $E_2^{p,q} = 0$ であると仮定する.

正: (1) ~ (3) を示す. $i-1 \leq p+q \leq i+1, p \geq 1, 1 \leq q \leq i-1$ ならば $E_2^{p,q} = 0$ であると仮定する.

p.294, 16 行目

誤: $E_r^{i-r+1,r} = 0$ より,

正: $E_r^{i-r+1,r-1} = 0$ より,

p.295, 3 行目

誤: さらに, $2 \leq r \leq i$ のとき, $E_2^{i-r+1} = 0$ より $E_r^{i-r+1} = 0$ で,

正: さらに, $2 \leq r \leq i$ または $r \geq i+2$ のとき, $E_2^{r,i-r+1} = 0$ より $E_r^{r,i-r+1} = 0$ で,

p.295, 下から 4 行目 ~ 下から 2 行目

誤: 命題 6.3.4. $\{E_r^{p,q}, d_r^{p,q}, E^n, F^p(E^n)\}$ がスペクトル系列のとき, $\tilde{E}_r^{p,q} = E_{r-1}^{-q,p+2q}, \tilde{d}_r^{p,q} = d_{r-1}^{-q,p+2q}$ とおくと, $\{\tilde{E}_r^{p,q}, \tilde{d}_r^{p,q}, E^n, F^p(E^n)\}$ もスペクトル系列になる.

正: 命題 6.3.4. $\{E_r^{p,q}, d_r^{p,q}, E^n, F^p(E^n)\}$ がスペクトル系列のとき, $\tilde{E}_r^{p,q} = E_{r-1}^{-q,p+2q}, \tilde{d}_r^{p,q} = d_{r-1}^{-q,p+2q}, \tilde{E}^n = E^n, \tilde{F}^p(\tilde{E}^n) = F^{p-n}(E^n)$ とおくと, $\{\tilde{E}_r^{p,q}, \tilde{d}_r^{p,q}, \tilde{E}^n, \tilde{F}^p(\tilde{E}^n)\}$ もスペクトル系列になる.

p.297, 11 行目

誤: $d_r^{p,q} \cdot E_r^{p,q} = \frac{Z_r^{p,q}}{Z_{r-1}^{p+1,q-r+1} + B_{r-1}^{p,q}}$

正: $d_r^{p,q} \cdot E_r^{p,q} = \frac{Z_r^{p,q}}{Z_{r-1}^{p+1,q-1} + B_{r-1}^{p,q}}$

p.298, 下から 11 行目

誤: $B_r^{p,q} = d^{p+q-1}(Z_r^{p-r,q+r-1}) = A^{p,q} \cap \text{Im } d^{p+q-1}$

正: $B_r^{p,q} = d^{p+q-1}(Z_r^{p-r,q+r-1}) = A^{p,q} \cap \text{Im } d^{p+q-1}$

p.305, 11 行目

誤: したがって, $p \geq 1, q \geq 0$ に対し $\tilde{E}_2^{p,q} = 0$ であり,

正: したがって, $p \geq 1, q \geq 0$ に対し $\tilde{E}_2^{q,p} = 0$ であり,

p.307 10 ~ 11 行目

誤:

$$\begin{aligned} d(df) &= d\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i\right) = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} dx_i \wedge dx_j \\ &= \sum_{i < j} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right) dx_i \wedge dx_j = 0 \end{aligned}$$

正:

$$\begin{aligned} d(df) &= d\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i\right) = \sum_{i=1}^n d\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} dx_j \wedge dx_i \\ &= \sum_{i < j} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}\right) dx_i \wedge dx_j = 0 \end{aligned}$$

p.309 9 行目

誤: $\int_M (\omega - \omega') = \int_M d\eta = \int_0 \eta = 0$

正: $\int_M (\omega - \omega') = \int_M d\eta = \int_\phi \eta = 0$

p.314 9 ~ 10 行目

誤: Y_1, \dots, Y_r を $n-1$ 次元の X 内の解析多様体として,

正: Y_1, \dots, Y_r を X の閉集合であるような $n-1$ 次元の解析多様体として,

p.315 18 行目

誤: 1次元コンパクト複素多様体(リーマン面) X は, X は非特異射影代数曲線と複素多様体として同型になる.

正: 1次元コンパクト複素多様体(リーマン面) は, 非特異射影代数曲線と複素多様体として同型になる.

p.318 15 行目

誤: $J^c = \{j'_1, \dots, j'_{n-q}\} (j'_1 < \dots < j'_{n-p})$,

正: $J^c = \{j'_1, \dots, j'_{n-q}\} (j'_1 < \dots < j'_{n-p})$ とし,

p.333 11 行目

誤: ただし, X が非特異でも X/G は特異点を持つことがある.

正: ただし, X が非特異でも X/G は特異点を持つことがある.

p.336 下から 4 行目

誤: (1) もし, 任意の $m \in \mathbb{N}$ に対し $H^0(\mathcal{O}_X(mD)) = 0$ ならば,

正: (1) もし, 任意の $m \in \mathbb{N}$ に対し $H^0(\mathcal{O}_X(mD)) = 0$ ならば,

(閉じカッコが余計)

p.336 下から 1 ~ 2 行目

誤: (2) もし, 任意の $m \in \mathbb{N}$ に対し $h^0(\mathcal{O}_X(mD)) \leq 1$ であって, ある $m_0 \in \mathbb{N}$ に対し, $h^0(\mathcal{O}_X(m_0D)) = 1$ ならば, $\kappa(D, X) = 0$.

正: (2) もし, 任意の $m \in \mathbb{N}$ に対し $h^0(\mathcal{O}_X(mD)) \leq 1$ であって, ある $m_0 \in \mathbb{N}$ に対し, $h^0(\mathcal{O}_X(m_0D)) = 1$ ならば, $\kappa(D, X) = 0$.

(閉じカッコが余計なところが 2ヶ所あります)

p.337 1 行目

誤: (3) $h^0(\mathcal{O}_X(mD)) \geq 2$ となるような

正: (3) $h^0(\mathcal{O}_X(mD)) \geq 2$ となるような
(閉じカッコが余計)

p.358 11 行目

誤: $c_1(\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_S}(\Omega_S^1, \Omega_S^2)) = c_1(\mathcal{T}_S) + 2c_1(\Omega_S^2) = c_1(K_S) = c_1(\Omega_S^1)$

正: $c_1(\mathcal{H}om_{\mathcal{O}_S}(\Omega_S^1, \Omega_S^2)) = c_1(\mathcal{T}_S) + 2c_1(\Omega_S^2) = c_1(K_S) = c_1(\Omega_S^1)$
($c_1(K_s)$ の添え字の s を大文字の S にする)

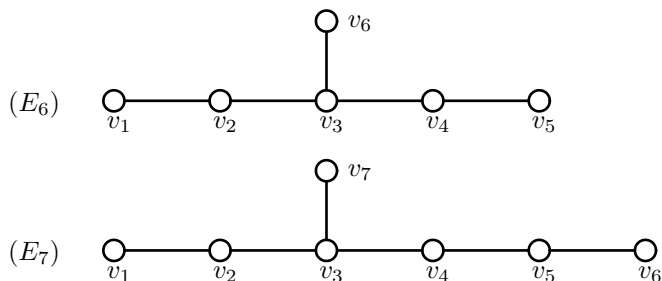
p.362 2 行目

誤: $H^2(S, \mathbb{C}) = H^2(S, \mathbb{C}) \longrightarrow H^2(S, \mathcal{O}_S) = H^{0,2}(S)$

正: $H_{dR}^2(S, \mathbb{C}) = H^2(S, \mathbb{C}_S) \longrightarrow H^2(S, \mathcal{O}_S) = H^{0,2}(S)$

p.364 下から 2 つの図

(E_6) と (E_7) の図を下記のように修正して下さい .



p.365 3 ~ 4 行目

誤: 今, C_i と C_j は 1 点で横断的に交わるか, 交わらないかのいずれかであると仮定する .

正: 今, C_i と C_j は交わらないか, 1 点で横断的に交わるかのいずれかであると仮定する .

p.374 下から 2 行目

誤: $= n(Z^2)_Y - \frac{1}{2}(Z \cdot (K_Y + Z))_Y = 1 - n(Z^2)_Y$

正: $= -n(Z^2)_Y - \frac{1}{2}(Z \cdot (K_Y + Z))_Y = 1 - n(Z^2)_Y$

p.406 13 行目

誤: $H^2(C, f_*\mathcal{O}_S) \longrightarrow H^2(S, \mathcal{O}_S) \longrightarrow H^1(C, R^1f_*\mathcal{O}_S) \longrightarrow H^3(C, f_*\mathcal{O})$

正: $H^2(C, f_*\mathcal{O}_S) \longrightarrow H^2(S, \mathcal{O}_S) \longrightarrow H^1(C, R^1f_*\mathcal{O}_S) \longrightarrow H^3(C, f_*\mathcal{O}_S)$

p.440 11 行目

誤: K3 曲面 Y のマーキング $\phi: H^2(Y, \mathbb{Z})$ で,

正: K3 曲面 Y のマーキング $\phi: H^2(Y, \mathbb{Z}) \rightarrow L$ で,

第 1 刷の場合 p.452 16 行目, 第 2 刷の場合 p.453 下から 8 行目

誤: また, $\text{Hom}_{\mathcal{O}_S}(\mathcal{O}_S(D), \Omega_S^1) \neq 0$ より, $\text{Hom}_{\mathcal{O}_Y}(\mathcal{O}_Y(\pi^*D), \Omega_Y^1) \neq 0$ が簡単に証明できる.

正: また, $\text{Hom}_{\mathcal{O}_S}(\mathcal{O}_S(D), \Omega_S^1) \neq 0$ より, $\text{Hom}_{\mathcal{O}_Y}(\mathcal{O}_Y(\pi^*D), \Omega_Y^1) \neq 0$ が簡単に証明できる.

p.464, 5 行目 文献 [BPV] の 2 行目

誤: Compact Complex Surfaces, Second Enlarged Edition”, Springer, (2003)

正: Compact Complex Surfaces, Second Enlarged Edition”, Springer, (2003)

p.465, 最下行 文献 [Cu]

誤: S.Cutkovsky

正: S.Cutkosky

これ以下は初版第 1 刷の訂正で, 初版第 2 刷以降では訂正済みです。

【第 2 章】

p.59, 13 行目

誤: 上の考察から, $Q(R/\mathfrak{p}_{i-1})$ は $Q(R/\mathfrak{p}_i)$ の超越拡大なので, $f_i \in \mathfrak{p}_i$ を, その

正: 上の考察から, $f_i \in \mathfrak{p}_i$ を, その

【第 3 章】

p.125, 下から 11 行目 (系 3.5.4 Hurwitz の定理)

誤: X, Y を非特異代数曲線, $\varphi: X \rightarrow Y$ を全射正則写像とすると,

正: X, Y を非特異射影曲線, $\varphi: X \rightarrow Y$ を全射正則写像とすると,

【第 7 章】

p.365, 最下行

誤: (4) 任意の e_i に対し, $(e_i, e_j) > 0$ を満たす e_j が存在する .

正: (4) 任意の $i \geq 2$ に対し, $(e_i, e_j) > 0$ を満たす $j < i$ が存在する .

p.442, 18 行目 (定理 7.10.2) ~ p.443 最下行

誤: 定理 7.10.2 の証明に根本的な間違いがあり, 定理の主張も誤りです. 以下のように原稿を差し替えます.

[差し替え原稿]

定理 7.10.2. S は極小な一般型非特異射影曲面とし, $|nK_S| \neq \emptyset$ のとき, $\Phi_{|nK_S|}: S \cdots \rightarrow \mathbb{P}^N$ による S の像を Y_n とし, $\Phi_{|nK_S|}$ の終域を Y_n に制限した有理写像を, $\varphi_n: S \cdots \rightarrow Y_n$ とする. このとき, ある自然数 n_0 が存在し, 任意の整数 $n \geq 2n_0 + 1$ に対し, $\text{Bs}|nK_S| = \emptyset$ で $\varphi_n: S \rightarrow Y_n$ は双有理正則写像である .

証明. まず, $n \geq 3$ に対し $|nK_S| \neq \emptyset$ であることを示す. $a = (K_S^2)_S > 0$, $b = \chi(\mathcal{O}_S)$, $P(n) = a \frac{n(n-1)}{2} + b$ とおく. $n \geq 2$ のとき, $P(n) = h^0(\mathcal{O}_S(nK_S)) \geq 0$

である． $P(2) = a + b \geq 0$ より， $P(3) = 3a + b = 2a + (a + b) \geq 2a \geq 2$ である．同様に， $n \geq 4$ のとき $P(n) \geq a \frac{(n-2)(n+1)}{2}$ がわかる．

$|n_1 K_S| \neq \phi$ となる自然数 n_1 をとり， $H \in |n_1 K_S|$ ， $\text{Bs}|H| \neq \phi$ と仮定する．

有理写像 $\Phi_H: S \cdots \rightarrow Y$ の不確定点除去 $\pi: X \rightarrow S$ をとる． π は 1 点を中心とするブロー・アップの合成で書ける． π の例外集合と， $|H|$ の固定成分の強変換をあわせて E_0, E_1, \dots, E_{k-1} (これらは X 上の既約曲線) とすると，ある非負整数 r_j が存在し， $L = \pi^* H - \sum_{j=0}^{k-1} r_j E_j$ とおくととき， $\text{Bs}|L| = \phi$ で， Φ_L が Φ_H の不確定点除去を与える．また， $r_j > 0$ ならば $\pi(E_j) \in \text{Bs}|H|$ である．さらに， $\text{Bs}|H| \neq \phi$ だから，ある j を選ぶと $r_j > 0$ である．また， $E_0 \cup \cdots \cup E_{k-1}$ は単純正規交叉であると仮定してよい．

$$K_X = \pi^* K_S + \sum_{j=0}^{k-1} a_j E_j, \quad (a_j \in \{0, 1\})$$

と書ける．さらに， $\pi^* H$ はネフかつ巨大なので，中井の判定法から， X 上のアンブル因子 E_k をとるとき，任意の整数 $m \gg 0$ に対し， $\pi^* H - \frac{1}{m} E_k$ は \mathbb{Q} -アンブルになる．ここで， E_k は既約曲線で， $E_0 \cup \cdots \cup E_k$ は単純正規交叉であると仮定してよい．そこで，必要なら添え字を付けなおし，ある非負有理数 $0 < p_j \ll 1$ とある有理数 $c > 0$ を適当に選んで， $\pi^* H - \sum_{j=0}^k p_j E_j$ は \mathbb{Q} -アンブル， $-cr_0 + a_0 - p_0 = -1$ ，かつ， $1 \leq j \leq k$ について $-cr_j + a_j - p_j > -1$ となるようにできる．このとき， $c < \frac{1+a_0}{r_0} \leq 2$ である．

$$B = E_0, \quad A = \sum_{j=1}^k [-cr_j + a_j - p_j] E_j \quad \text{とおき，}$$

$$\sum_j [-cr_j + a_j - p_j] E_j = A - B$$

と表す． $\pi(B) \in \text{Bs}|H|$ ， $A \geq 0$ に注意する．

$t \in \mathbb{Z}$ に対し，

$$N_t = t\pi^* H + \sum (-cr_j + a_j - p_j) E_j - K_X \equiv cL + \pi^*((t-c)H - K_S)$$

とおく．中井の判定法により $t-c > 1/n_1$ のとき N_t は \mathbb{Q} -アンブルで， N_t の小数部分は単純正規交叉である．川又-フーベックの消滅定理により， $i > 0$ に対し，

$$H^i(X, \mathcal{O}_X(t\pi^* H + A - B)) = H^i(X, \mathcal{O}_X([N_t] + K_X)) = 0$$

$$H^i(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) = H^i(B, \mathcal{O}_B(\lceil N_t \rceil + K_B)) = 0$$

となる . もし , $H^0(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) \neq 0$ がわかれば ,

$$H^0(X, \mathcal{O}_X(t\pi^*H)) = H^0(X, \mathcal{O}_X(t\pi^*H + A)) \rightarrow H^0(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) \neq 0$$

であるから , $\pi(B) \notin \text{Bs}|tH|$ となる .

$\pi(B)$ が 1 点の場合には , 任意の整数 t に対し

$$H^0(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) \cong H^0(B, \mathcal{O}_B(A)) \neq 0$$

であるから , $t > c + 1/n_1$ に対し $\pi(B) \notin \text{Bs}_0|tH|$ となる .

$C = \pi(B)$ が曲線のときは , $t - c > 1/n_1$ のとき ,

$$h^0(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) = \chi(\mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) = t(B \cdot \pi^*H)_X + \chi(\mathcal{O}_B(A))$$

である . $(B \cdot \pi^*H)_X \neq 0$ のときは , $t \gg 0$ のとき上式の右辺は正であり ,

$(B \cdot \pi^*H)_X = 0$ のときは , $\chi(\mathcal{O}_B(A)) = h^0(B, \mathcal{O}_B(A)) > 0$ なので , $t - c > 1/n_1$

のとき $H^0(B, \mathcal{O}_B(t\pi^*H + A)) \neq 0$ である .

以上の議論から , $\text{Bs}|n_1K_S| \neq \phi$ であるような任意の自然数 n_1 に対し , $\text{Bs}|nK_S| \subsetneq \text{Bs}|n_1K_S|$ となるような自然数 $n > n_1$ が存在するのであるから , $n \gg 0$ のとき $\text{Bs}|nK_S| = \phi$ であることがわかる .

$x_1 \neq x_2 \in S$ で , x_1 を通る (-2) -曲線も , x_2 を通る (-2) -曲線も存在しないと仮定する . $\pi: X \rightarrow S$ を 2 点 x_1, x_2 でのプロー・アップとし , $E_i = \pi^{-1}(x_i)$ とする .

$n \geq 2n_1 + 1$ のとき

$$D = n\pi^*K_S - K_X - E_1 - E_2 = 2(n_1\pi^*K_S - E_1 - E_2) + (n - 2n_1 - 1)\pi^*K_S$$

はネフであることを示す . $(D \cdot C)_X < 0$ となる曲線 C があると仮定する .

$m_i = (E_i \cdot C)_X = \text{mult}_{x_i}\pi(C)$ とすると , $m_1 > 0$ または $m_2 > 0$ である .

$\pi(C)$ は (-2) -曲線でないから $(K_S \cdot \pi(C))_S > 0$ で , x_1, x_2 を通る $\Gamma \in |n_1K_S|$

を取れば , $I_{x_i}(\Gamma, \pi(C)) \geq \text{mult}_{x_i}\pi(C) = m_i$ である . したがって , $(D \cdot C)_X \geq$

$2((n_1\pi^*K_S - E_1 - E_2) \cdot C)_X \geq 0$ となり矛盾する .

D はネフかつ巨大だから川又・フィーベックの消滅定理により ,

$$H^1(\mathcal{O}_X(n\pi^*K_S - E_1 - E_2)) = 0$$

である . したがって ,

$$H^0(\mathcal{O}_X(n\pi^*K_S)) \rightarrow H^0(\mathcal{O}_{E_1 \cup E_2}(n\pi^*K_S)) \cong H^0(\mathcal{O}_{E_1}) \oplus H^0(\mathcal{O}_{E_2}) \cong \mathbb{C}^2$$

は全射である．前と同じ議論で， $g(x_1) \neq g(x_2)$ を満たす $g \in H^0(\mathcal{O}_S(nK_S))$ が存在するので， $\Phi_{|nK_S|}(x_1) \neq \Phi_{|nK_S|}(x_2)$ となる．従って， $\varphi_n = \Phi_{|nK_S|}$ は双有理である． \square

注意. 実際には， $n \geq 5$ のとき $|nK_S| = \phi$ で， $\Phi_{|nK_S|}$ は双有理正則写像であることが知られている ([BPV] Theorem 5.1 参照) .

C が S 上の (-2) -曲線るとき， $(nK_S \cdot C)_S = 0$ だから， $\varphi_n(C)$ は 1 点である．逆に， $n \geq 2n_1 + 1$ のとき， φ_n は (-2) -曲線の外では単射だから， $\varphi(C)$ が 1 点になるような曲線 C は (-2) -曲線しか存在しない．つまり， φ_n は S 上のすべての (-2) -曲線を 1 点にコントラクトする正則写像である．

7.10.3. 標準モデル

定理 7.10.3. S は極小な一般型非特異射影曲面とし， $n \gg 0$ ， $Y = \Phi_{|nK_S|}(S)$ とする．すると， Y は，有理 2 重点以外の特異点を持たない正規代数曲面である．

注意. 上のように，定理 7.10.2 の主張を弱めた結果，上の定理 7.10.3 を含み，後に続く諸定理を修正する必要があります．つまり，「 K_S がネフかつ巨大のとき， $n \geq 5$ ならば $\Phi_{|nK_S|}$ は双有理正則写像である」(これは事実としては正しい) を使うかわりに，「 K_S がネフかつ巨大のとき， $n \gg 0$ ならば $\Phi_{|nK_S|}$ は双有理正則写像である」という弱い形の定理を使うように修正します．これに関連する修正箇所は以下の 3 ケ所です．

p.445, 4 行目 (系 7.10.4(1)).

誤: (1) $m \geq n \geq 5$ ならば， $Y_m \cong Y_n$ である．

正: (1) $m \geq n \gg 0$ ならば， $Y_m \cong Y_n$ である．

p.445, 15 ~ 16 行目.

誤: 定義 7.10.5 X は一般型非特異射影曲面とし， X の極小モデルのひとつを S とする． $\varphi_n: S \rightarrow Y_n$ は定理 7.10.2 と同じとする．この Y_n は $n \geq 5$ の値によらず， S に対して同型を除いて一意的に定まる． $Y = Y_n$ ($n \geq 5$) を X の標準モデル (canonical model) という．

正: 定義 7.10.5 X は一般型非特異射影曲面とし， X の極小モデルのひとつを S とする． $\varphi_n: S \rightarrow Y_n$ は定理 7.10.2 と同じとする．この Y_n は $n \gg 0$ の値に

よらず, S に対して同型を除いて一意的に定まる. $Y = Y_n$ ($n \gg 0$) を X の標準モデル (canonical model) という.

p.446, 1 ~ 7 行目. 以下のように差し替える.

[差し替え原稿]

証明. $\psi: X \rightarrow S$ を X の 1 つの極小モデルとし, $\varphi = \Phi_{|n_0 K_S|}: S \rightarrow Y \subset \mathbb{P}^N$ を S の標準モデルとする. ただし, n_0 は定理 7.10.2 のように定める.

命題 5.3.16 より, ψ から自然な同型写像 $\psi^*: R(S) \rightarrow R(X)$ が誘導される. また, H を \mathbb{P}^N の超平面とすると, $\mathcal{O}_S(n_0 K_S) \cong \varphi^* \mathcal{O}_Y(H)$ である. 従って, $\mathcal{O}_S(n_0 m K_S) \cong \varphi^* \mathcal{O}_Y(mH)$ である.

そこで, $\mathcal{F} = \bigoplus_{i=0}^{n_0-1} \mathcal{O}_S(iK_S)$, $\mathcal{G} = \varphi_* \mathcal{F}$ とおけば,

$$R(S) = \bigoplus_{m=0}^{\infty} H^0(\mathcal{O}_S(n_0 m K_S) \otimes_{\mathcal{O}_S} \mathcal{F}) \cong \bigoplus_{m=0}^{\infty} H^0(\mathcal{O}_Y(mH) \otimes_{\mathcal{O}_Y} \mathcal{G})$$