

確率の計算、独立性

3.1 与えられた確率 $P(A) = 1/3, P(B) = 1/4, P(AB) = 1/6$ に対して、つぎの確率を計算しなさい。ただし $\bar{A} = A$ の補事象。

- (i) $P(\bar{A})$ (ii) $P(\bar{A} \cup B)$ (iii) $P(A \cup \bar{B})$ (iv) $P(A\bar{B})$ (v) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

3.2 つぎの等式を示せ。

$$P(AB) - P(A)P(B) = P(\bar{A})P(B) - P(\bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) - P(A\bar{B}) = P(\bar{A}\bar{B}) - P(\bar{A})P(\bar{B})$$

3.3 2つの事象 (A, B) が独立ならば、 $(A, \bar{B}), (\bar{A}, B), (\bar{A}, \bar{B})$ も独立となることを示せ。

3.4 事象列 A_1, A_2, \dots, A_n が独立で $P(A_i) = p, i = 1, 2, \dots, n$ とおくとき、

- (a) 少なくとも一つの事象が起こる確率は？
(b) 少なくとも m 個の事象が起こる確率は？
(c) ちょうど m 個の事象が起こる確率は？

3.5 箱の中には $1, 2, \dots, n$ と数字の記されたボールが入っている。 r 個のボールをとりだすとき、最大の数字が m となる確率を計算せよ。

- (a) もとに戻してからボールを取り出すとき (復元抽出)。
(b) もとには戻さずにボールを取り出すとき (非復元抽出)。