4

2 項分布とポアソン分布

4-1　2 項 分 布

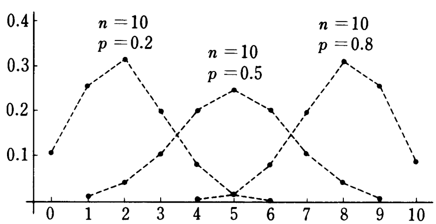
2 項分布　1 回の試行である事象の起こる確率を p とする．n 回の独立試行でこの事象の起こる回数 X の確率分布は

$$P(X=x)={}_n\mathrm{C}_x p^x q^{n-x} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots, n\,;\, q=1-p)$$

で与えられる．この分布を **2 項分布**といい，記号 $B(n, p)$ で表す．ここで，${}_n\mathrm{C}_x$ は 2 項係数で，${}_n\mathrm{C}_x=\dfrac{n!}{x!(n-x)!}$ である．X が 2 項分布 $B(n, p)$ に従うことを

$$X \sim B(n, p)$$

と書く．2 項分布は表の形で示すと次のようになる．



2 項分布

x	0	1	2	$\cdots$	x	$\cdots$	n	計
$P(X=x)$	q^n	npq^{n-1}	${}_n\mathrm{C}_2p^2q^{n-2}$	$\cdots$	${}_n\mathrm{C}_xp^xq^{n-x}$	$\cdots$	p^n	1

表のなかの各確率は 2 項展開

$$(q+p)^n=q^n+{}_n\mathrm{C}_1pq^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_2pq^{n-2}+\cdots+p^n$$

の各項である．

2 項分布の平均と分散

$$\mu=np$$

$$\sigma^2=npq$$

2項分布のモード

（i）　$(n+1)p$ が整数ならば，モードは

$$(n+1)p \text{ と } (n+1)p-1 \text{ の2つ.}$$

（ii）　$(n+1)p$ が整数でないならば，モードは

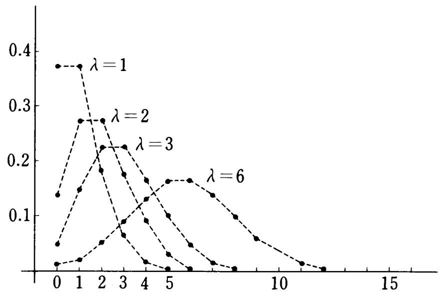
$$(n+1)p \text{ を超えない最大の整数値.}$$

4-2　ポアソン分布

ポアソン分布　　X の確率分布が

$$P(X=x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots)$$

で与えられるとき，この分布を母数 λ の**ポアソン分布**という．n が十分大きく，p は非常に小さく，$np=\lambda$ のときの2項分布は母数 λ のポアソン分布で近似される．ポアソン分布はまた，時間または空間内でランダムに起こる現象の単位時間または単位体積内での生起数に対する理論分布として使われる．たとえば，ある物質が単位時間内に放出する放射性粒子の数や，電話交換機が単位時間に受ける電話の呼出し数などはポアソン分布に従う．



ポアソン分布

ポアソン分布の平均と分散

$$\mu=\lambda$$

$$\sigma^2=\lambda$$

2項分布のポアソン分布による近似　　2項分布 $B(n, p)$ がポアソン分布で近似できるための一般的条件は

$$n>50, \qquad np \leqq 5$$

4-3　その他の重要な離散型確率分布

離散型一様分布　　X の確率分布が

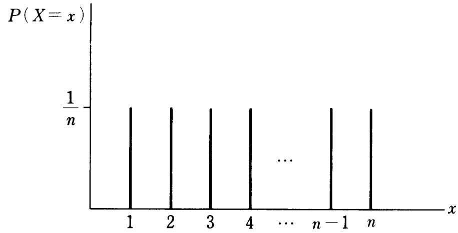
$$P(X=x)=\begin{cases} \dfrac{1}{n} & (x=1, 2, \cdots, n) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

で与えられるとき，この分布を**離散型一様分布**という．

離散型一様分布の平均と分散

$$\mu=\frac{n+1}{2}$$

$$\sigma^2=\frac{n^2-1}{12}$$



一様分布

幾何分布　　X の確率分布が

$$P(X=x)=p(1-p)^{x-1} \qquad (x=1, 2, \cdots ; 0\leqq p<1)$$

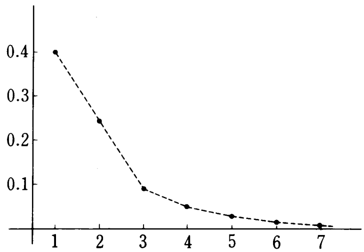
で与えられるとき，

この分布を**幾何分布**という．

幾何分布の平均と分散

$$\mu=\frac{1}{p}$$

$$\sigma^2=\frac{1-p}{p^2}$$



$p=0.4$ の幾何分布

例　　題

例題 1　（2 項分布の応用）

ある機械が作る部品の 20 %は不良品である．この機械で作られた部品を無作為に 8 個とるとき，その中に

（a）　2 個の不良品が含まれる，

（b）　高々1 個の不良品が含まれる，

（c）　少なくとも 3 個の不良品が含まれる

確率を求めよ．

解　8 個の部品のなかの不良品の数を X とすると，X は $n=8$, $p=0.2$ の 2 項分布

$$P(X=x)={}_8\mathrm{C}_x(0.2)^x(0.8)^{8-x} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots, 8)$$

に従う．よって

（a）　$P(X=2)\equiv P(2)={}_8\mathrm{C}_2(0.2)^2(0.8)^6=\mathbf{0.294}$

（b）　$P(X\leqq 1)=P(0)+P(1)$

$$=(0.8)^8+8(0.2)(0.8)^7=\mathbf{0.382}$$

（c）　$P(X\geqq 3)=1-p(0)-P(1)-P(2)=\mathbf{0.324}$

例題 2 （2項分布の平均と分散）

X は2項分布 $B(n, 0.8)$ に従い，

$$P(X=4)=5P(X=3)$$

である．この2項分布の平均と分散を求めよ．

解　$X \sim B(n, 0.8)$ より

$$P(X=x)={}_n\mathrm{C}_x(0.8)^x(0.2)^{n-x} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots, n)$$

それゆえ，

$$P(X=4)={}_n\mathrm{C}_4(0.8)^4(0.2)^{n-4}$$
$$P(X=3)={}_n\mathrm{C}_3(0.8)^3(0.2)^{n-3}$$

与えられた関係より

$$5=\frac{P(X=4)}{P(X=3)}=\frac{\dfrac{n!}{4!(n-4)!}}{\dfrac{n!}{3!(n-3)!}}\times\frac{0.8}{0.2}=n-3 \qquad \therefore\ n=8$$

よって，2項分布の平均と分散の公式から

$$E(X)=np=8\times 0.8=\mathbf{6.4}$$
$$V(X)=npq=8\times 0.8\times 0.2=\mathbf{1.28}$$

例題 3 （2項分布の平均と分散）

2項分布 $B(2, p)$ と $B(3, p)$ の平均と分散を，公式からでなく，直接計算によって導け．

解　2項分布 $B(2, p)$ の各確率は

$$(q+p)^2=q^2+2pq+p^2$$

の各項であるから，$B(2, p)$ は

x	0	1	2
$P(X=x)$	q^2	$2pq$	p^2

と書ける．ゆえに，この分布の平均と分散は

$$E(X)=0\times q^2+1\times 2pq+2\times p^2=2p(q+p)=2p \qquad (\because\ p+q=1)$$

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$
$$=0^2\times q^2+1^2\times 2pq+2^2\times p^2-(2p)^2=2pq$$

同様に，2 項分布 $B(3,\ p)$ の各確率は

$$(q+p)^3=q^3+3pq^2+3p^2q+p^3$$

の各項であるから，$B(3,\ p)$ は

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	q^3	$3pq^2$	$3p^2q$	p^3

と書ける．よって，

$$\begin{aligned}E(X)&=0\times q^3+1\times 3pq+2\times 3p^2q+3\times p^3\\&=3p(q^2+2pq+p^2)=3p(q+p)^2=\mathbf{3p}\\V(X)&=0^2\times q^3+1^2\times 3pq+2^2\times 3p^2q+3^2\times p^3-(3p)^2\\&=3pq(q+4p)-9p^2(1-p)\\&=3pq(q+p+3p)-9p^2q=\mathbf{3pq}\end{aligned}$$

[注]　同様な計算によって，2 項分布 $B(4,\ p)$ の平均と分散は，$4p$ と $4pq$ となることも簡単に示される．これらより，一般の 2 項分布 $B(n,\ p)$ の平均と分散は np と npq となることが類推される．

例題 4　**(2 項分布の応用)**

ある商品のセールスマンの基本給は月 10 万円で，商品 1 個売るごとに歩合 5000 円がもらえる．セールスマンは毎月 100 軒の家を訪門し，彼の訪れた家がこの商品を買う確率は 0.2 であるとする．1 人のセールスマンの月間販売量の平均と分散を求めよ．また，セールスマンの月間収入の平均と分散を求めよ．

解　セールスマンの毎月の販売量を X とすると，X は $n=100$，$p=0.2$ の 2 項分布に従う確率変数である．よって，

$$E(X)=np=100\times 0.2=20$$

$$V(X)=npq=100\times 0.2\times 0.8=16$$

セールスマンの毎月の収入を Y とすると

$$Y=10+0.5X$$

ゆえに，

$$E(Y)=10+0.5E(X)=10+0.5\times 20=\mathbf{20}\ (\text{万円})$$

$$V(Y)=(0.5)^2V(X)=0.25\times 16=\mathbf{4}\ (\text{万円})$$

例題 5 （2項分布の応用）

ある集団には左ききの人が10％いるといわれている．この集団から n 人を選んで左ききか否かを調べ，その中の少なくとも1人が左ききである確率を0.95以上にするには，少なくとも何人を選ばねばならないか．

解　n 人中の左ききの数を X とすると

$$X \sim B(n, 0.10)$$

与えられた条件から

$$P(X \geqq 1) = 1 - (0.9)^n \geqq 0.95$$

よって，

$$(0.9)^n \leqq 0.05$$

$$n \geqq \frac{\log 0.05}{\log 0.9} = 28.4$$

ゆえに，**29人以上**.

例題 6 （抜取検査）

ある検査法は，非常に大きい仕切りから無作為に8個の標本をとり，その中の不良品の数が2個以上のときは仕切りを不合格とし，不良品の数が0のときは合格とする．もし不良品の数が1個のときは，仕切りからさらに5個の標本をとり，その中に不良品がなければ合格，少なくとも1個あるときは不合格とする．

仕切り不良率が10%のとき，次の確率を求めよ．

（a）　第1回の標本で仕切りが合格となる．

（b）　第2回の標本で仕切りが合格となる．

（c）　この検査法で仕切りが合格となる．

解　X を第1回の標本での不良品の数とし，Y を第2回の標本での不良品の数とする．仕切りは十分大きいと仮定しているから，

　　X は近似的に2項分布 $B(8, 0.1)$ に従い，

　　Y は近似的に2項分布 $B(5, 0.1)$ に従う．

すなわち，

$$P(X = x) = {}_8C_x(0.1)^x(0.9)^{8-x} \qquad (x = 0, 1, 2, \cdots, 8)$$

$$P(Y = y) = {}_5C_y(0.1)^y(0.9)^{5-y} \qquad (y = 0, 1, 2, \cdots, 5)$$

よって

（a）　P（第1回の標本で仕切りが合格）

$=P(X=0)=(0.9)^8=\mathbf{0.430}$

（b）　P（第2回の標本で仕切りが合格）

$=P(X=1)P(Y=0)$　　（X と Y は独立であるから）

$=8(0.1)(0.9)^7\times(0.9)^5=\mathbf{0.226}$

（c）　P（仕切りが合格）

$=P$(第1回で仕切りが合格)$+P$(第2回で仕切りが合格)

$=0.430+0.226=\mathbf{0.656}$

例題 7　（ポアソン分布の応用）

りんごを250個ずつ箱に詰める．箱詰めされたりんごは平均して0.8％が腐るという．箱詰めりんご1箱をあけたとき，腐ったりんごが3個以上見出される確率を求めよ．

解　1箱中の腐ったりんごの数を X とすると，X は $n=250$, $p=0.008$ の2項分布に従う．この2項分布は n が50より大きく，p は非常に小さく，$\lambda=np=250\times0.008=2\leqq5$ であるから，$\lambda=2$ のポアソン分布

$$P(X=r)=\frac{2^r e^{-2}}{r!},\quad (r=0, 1, 2, \cdots)$$

で近似できる．よって，求める確率は

$$\begin{aligned}P(X\geqq3)&=1-P(0)-P(1)-P(2)\\&=1-e^{-2}-2e^{-2}-2e^{-2}\\&=1-5e^{-2}=\mathbf{0.32}\end{aligned}$$

例題 8　（ポアソン分布の応用）

A駅の売店でのある月刊雑誌の販売数は平均2冊のポアソン分布に従う．売店では毎月この雑誌を3冊仕入れている．

（a）　この店がある月，客の需要を満たせなくなる確率を求めよ．

（b）　この店でこの雑誌が1月当たりに売れる平均販売数を求めよ．

（c）　この店が毎月の雑誌の需要を満たす確率を少なくとも0.95にするには毎月最低何冊を仕入れねばならないか．

解　この店の毎月の雑誌販売数を X とすると

$$P(X=x)=\frac{2^x e^{-2}}{x!} \qquad (x=0,1,2,\cdots)$$

（a）　客の需要が満たせないのは，$X \geqq 4$ のときだから

$$\begin{aligned}P(X\geqq 4)&=1-P(X\leqq 3)\\&=1-P(0)-P(1)-P(2)-P(3)\\&=1-e^{-2}-2e^{-2}-2e^{-2}-\frac{4}{3}e^{-2}\\&=1-\frac{19}{3}e^{-2}=\mathbf{0.14}\end{aligned}$$

（b）　このポアソン分布の平均は 2 だから，**2 冊**.

（c）　求める冊数を n とすると

$$P(X\leqq n)\geqq 0.95$$

$$e^{-2}\sum_{x=0}^{n}\frac{2^x}{x!}\geqq 0.95$$

$$\sum_{x=0}^{n}\frac{2^x}{x!}\geqq 7.01$$

ここで，$f_n=\sum_{x=0}^{n}\frac{2^x}{x!}$ とおくと，

$$f_3=6.3, \qquad f_4=7, \qquad f_5=7.2$$

よって，$n\geqq 5$. 最低 **5 冊**仕入れねばならない.

例題 9　**（ポアソン分布の応用）**

ある溶液は 1 ml 当たり平均 3 個のバクテリアを含む. この溶液 1 ml 中のバクテリアの数はポアソン分布に従うと仮定して，次の確率を求めよ.

（a）　1 ml の標本をとるとき，そのなかに 5 個以上のバクテリアが含まれる.

（b）　1 ml ずつ 2 個の標本をとるとき，どちらもそのなかにバクテリアを含まない.

（c）　1 ml ずつ 3 個の標本をとるとき，3 個のうち 2 個が少なくとも 1 個のバクテリアを含む.

解　この溶液 1 ml 中のバクテリアの数を X とすると，X は $\lambda=3$ のポアソン分布に従うから

$$P(X=x)=\frac{3^x e^{-3}}{x!} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots)$$

よって,

（a）　$P(X \geqq 5)=1-P(0)-P(1)-P(2)-P(3)-P(4)$

$$=1-e^{-3}-3e^{-3}-\frac{9}{2}e^{-3}-\frac{9}{2}e^{-3}-\frac{27}{8}e^{-3}$$

$$=1-\frac{131}{8}e^{-3} \fallingdotseq \mathbf{0.185}$$

（b）　$[P(0)]^2=e^{-6} \fallingdotseq \mathbf{0.002}$

（c）　1 ml の標本が少なくとも 1 個のバクテリアを含む確率は $P(X \geqq 1)$ で

$$P(X \geqq 1)=1-P(0)=1-e^{-3} \fallingdotseq 0.95$$

よって, 3 個の標本のうち 2 個が少なくとも 1 個のバクテリアを含む確率は

$${}_3C_2(0.95)^2(0.05) \fallingdotseq \mathbf{0.135}$$

例題 10　**(2 項分布のポアソン近似)**

大都市では平均 80 人に 1 人が α 型の血液をもつという.

（a）　無作為に 200 人の血液提供者を選ぶとき, その中に α 型の血液の人が少なくとも 4 人含まれる確率を求めよ.

（b）　α 型の血液提供者をその中に少なくとも 1 人含む確率を 0.9 以上にするには何人を選ばねばならないか.

解　200 人中血液が α 型の人の数を X とすると

$$X \sim B\left(200, \frac{1}{80}\right)$$

この 2 項分布は, $n=200$ が大きく, $p=\frac{1}{80}$ は十分小さく, $\lambda=np=200\times\frac{1}{80}=2.5$ は 5 より小さいから, $\lambda=2.5$ のポアソン分布

$$P(X=x)=\frac{(2.5)^x e^{-2.5}}{x!} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots)$$

で近似できる. よって,

（a）　$P(X \geqq 4)=1-P(0)-P(1)-P(2)-P(3)$

$$=1-e^{-2.5}-2.5e^{-2.5}-\frac{(2.5)^2 e^{-2.5}}{2!}-\frac{(2.5)^3 e^{-2.5}}{3!}$$

$$\fallingdotseq \mathbf{0.24}$$

（b）　$X \sim B\left(n, \frac{1}{80}\right)$. 題意より

$$P(X \geqq 1) \geqq 0.9$$

$$1-P(X=0) \geqq 0.9$$

$$\left(\frac{79}{80}\right)^n \leqq 0.1$$

$$n \geqq \frac{\log 0.1}{\log 0.9875} \fallingdotseq 183.1$$

よって，**184 人以上**.

例題 11　**（ポアソン分布の当てはめ）**

次の表は，高速道路のある地点で観測した車の交通量の度数分布である．

車の数（10 秒間ごとの）	0	1	2	3	4	計
観測度数	68	81	38	9	4	200

データから平均と分散を求めよ．この分布にポアソン分布を当てはめたときの理論度数を求めよ．

解　度数分布から，車の数の平均と分散を求めると

$$\bar{x} = \frac{0\times 68+1\times 81+2\times 38+3\times 9+4\times 4}{200} = \mathbf{1}$$

$$s^2 = \frac{0^2\times 68+1^2\times 81+2^2\times 83+3^2\times 9+4^2\times 4}{200} - 1^2 = \mathbf{0.89}$$

平均と分散はほぼ等しいので，車の交通量の分布は近似的にポアソン分布に従うことが示唆される．

平均 $\bar{x}$ は λ の推定値を与えるから，このデータに当てはめるポアソン分布は，

$$P(X=x) = \frac{e^{-1}}{x\,!} \qquad (x=0, 1, 2, \cdots)$$

理論度数はこれら確率に 200 をかけて求める．

$$200\times\frac{e^{-1}}{0\,!} \fallingdotseq 74, \quad 200\times\frac{e^{-1}}{1\,!} \fallingdotseq 74, \quad 200\times\frac{e^{-1}}{2\,!} \fallingdotseq 37,$$

$$200\times\frac{e^{-1}}{3\,!} \fallingdotseq 12, \quad 200\times\frac{e^{-1}}{4\,!} \fallingdotseq 3$$

よって，

車の数	0	1	2	3	4	計
観測度数	68	81	38	9	4	200
理論度数	74	74	37	12	3	200

［注］　ポアソン分布のデータへの当てはまりが良いか否かは，通常カイ 2 乗検定によってなされる（9 章カイ 2 乗検定を参照）．

例題 12　**（離散型一様分布）**

乱数表から無作為に選んだ 2 個の乱数を X，Y とするとき

（a）　$X+Y$　　（b）　$4X-3Y$

の平均と分散を求めよ．

解　X の確率分布は

$$P(X=x)=\frac{1}{10} \qquad (x=0,1,2,\cdots,9)$$

であるから，その平均と分散は

$$E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{10}+\cdots+9\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}\times\frac{9(9+1)}{2}=\frac{9}{2}$$

$$V(X)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{1}{10}+2^2\times\frac{1}{10}+\cdots+9^2\times\frac{1}{10}-\left(\frac{9}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1}{10}\times\frac{9(9+1)(18+1)}{6}-\frac{81}{4}=\frac{33}{4}$$

Y は X と同じ確率分布をもつから

$$E(X)=E(Y)=\frac{9}{2}$$

$$V(X)=V(Y)=\frac{33}{4}$$

よって，

（a）　$E(X+Y)=E(X)+E(Y)=\mathbf{9}$

$V(X+Y)=V(X)+V(Y)$　　（X と Y は独立であるから）

$$=\frac{33}{4}+\frac{33}{4}=\mathbf{\frac{33}{2}}$$

（b）　$E(4X-3Y)=4E(X)-3E(Y)=\mathbf{\frac{9}{2}}$

$$V(4X-3Y)=16V(X)+9V(Y)=25\times\frac{33}{4}=\mathbf{\frac{825}{4}}$$

例題 13　(**幾何分布の応用**)

ある射撃手の標的への命中率は 0.6 である．この射撃手が標的に命中するまで弾丸を射つとき，射った弾丸の数の平均と標準偏差を求めよ．また，

(a)　射撃手が標的に命中するまでに少なくとも 4 発を射たねばならない確率を求めよ．

(b)　射撃手が標的を命中させるのに n 発を必要とする確率が 0.99 以上になる最小の n を求めよ．

解　標的を最初に命中させるまでの弾丸の数を X とすると，X は $p=0.6$ の幾何分布に従うから

$$P(X=x)=0.6\times(0.4)^{x-1} \qquad (x=1, 2, 3, \cdots)$$

幾何分布の平均と分散の公式より

$$\mu=\frac{1}{p}=\frac{1}{0.6}\fallingdotseq\mathbf{1.67}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{q}{p^2}}=\sqrt{\frac{1-0.6}{0.6^2}}\fallingdotseq\mathbf{1.05}$$

(a)　$P(X\geqq 4)=1-P(X\leqq 3)$

$$\begin{aligned}&=1-P(1)-P(2)-P(3)\\&=1-0.6-0.24-0.096\\&=\mathbf{0.064}\end{aligned}$$

(b)　$P(X\leqq n)\geqq 0.99$

を満たす最小の n を求めねばならない．

$$\begin{aligned}P(X\leqq n)&=1-P(X\geqq n+1)\\&=1-\sum_{x=n+1}^{\infty}0.6(0.4)^{x-1}\\&=1-0.4^n\end{aligned}$$

だから

$$1-0.4^n\geqq 0.99$$

$$n\geqq\frac{\log 0.01}{\log 0.4}\fallingdotseq 5.03$$

よって，最低 **6 発**が必要．

4章の問題

4.1 (a) サイコロを8回投げるとき，次の確率を求めよ．

(i) 1の目がでない．

(ii) 1の目が4回でる．

(iii) 1の目が少なくとも2回でる．

(b) X が2項分布 $B\left(5, \dfrac{1}{3}\right)$ に従うとき，次の値を求めよ．

(i) $P(X=2)$,

(ii) $P(X \geqq 4)$,

(iii) $P(2 \leqq X \leqq 5)$

4.2 2項分布の平均が16で，分散が3.2のとき，この2項分布の n と p を求めよ．また，この2項分布のモードを求めよ．

4.3 男が生まれる確率は $\dfrac{1}{2}$ であるとして，5人の子供をもつ家族で次の事象の起こる確率を求めよ．

(a) 5人のうち，少なくとも4人が男である．

(b) 男と女が少なくとも1人は含まれる．

(c) 5人とも性別が同じである．

(d) 上2人が女で下3人は男である．

4.4 ある多肢選択型試験は問題が全部で10問あって，各問題は1つの正答を含む4つの選択肢からなる．ある受験生が各問題ごとに答を無作為に選ぶとき，高々2個の正答を得る確率を求めよ．

4.5 サイコロを何回か投げて，6の目が少なくとも1回出る確率を0.95以上にするには，何回の投げが必要か．

4.6 Aは3個の硬貨を投げ，同時にBは4個の硬貨を投げる．そのとき，AがBよりおもてを多く出す確率を求めよ．

4.7 X が2項分布 $B\left(8, \dfrac{1}{2}\right)$ に従うとき，次の値を求めよ．

(a) この分布の平均 μ と標準偏差 σ.

(b) $P(|X-\mu| \geqq 2\sigma)$.

(c) $E\{X(X-3)\}$.

4.8 2項分布 $B(n, p)$ のモードは，$(n+1)p$ が整数でないならば $(n+1)p$ を超えない最大の整数で，$(n+1)p$ が整数ならば $(n+1)p$ と $(n+1)p-1$ の2つであることを示せ．

4.9 600頁のある本には300個の誤字があって，これらは本全体にランダムに分布している．この本の任意の1頁が

（a） 2個の誤字，　（b） 少なくとも2個の誤字

を含む確率を求めよ．

4.10 ある都市における1日当たりの交通事故による死者の数は，平均1.8人のポアソン分布に従うという．このとき次を求めよ．

（a） この都市のある日の交通事故による死者の数が3人を超える確率．

（b） この都市のある日の交通事故による死者の数が0人である確率．

4.11 月曜日1時限の講義に遅刻する学生の数は，平均1.2人のポアソン分布に従う．次の確率を求めよ．

（a） ある週，3人の学生が講義に遅刻する．

（b） ある週，高々1人の学生が講義に遅刻する．

4.12 確率変数 X がポアソン分布に従い，

$$P(X=3)=5P(X=5)$$

なる関係を満たすとき，次の値を求めよ．

（a） $P(X=1)$　（b） $P(X\leqq 3)$

4.13 ある小さなハイヤー会社には5台の車がある．この会社には平日は平均して2台の需要があり，週末には平均して3台の需要がある．車の申込みは1日単位で行われるとして，この会社が次のとき客の申込みを断らねばならなくなる確率を求めよ．

（a） 月曜日　（b） 週末．

4.14 ある機械が作るレンズは平均1.5%が欠陥品である．この機械で作られた100個のレンズの中に

（a） 欠陥品が高々1個含まれる，

（b） 欠陥品が4個以上含まれる

確率を求めよ．